



**EXAMEN DE FIN DE SEMESTRE**  
**SEMESTRE D'AUTOMNE 2024-2025**  
**Session Normale**  
**Décembre 2024 – Janvier 2025**

---

Épreuve : Mathématiques Appliquées  
 Enseignant : Pr. Mohammed Ghanim  
 Niveau : 1<sup>ère</sup> année (S1) de l'ENCGT  
 Jour : Jeudi 26/12/2024  
 Heure : 9 h  
 Durée : 1h30

---

Aucun document n'est autorisé. Téléphones et ordinateurs hors portée. Calculatrice non programmable permise

**Question de cours :** Montrer que :  $\forall n \in \mathbb{N}^* \forall x_1, x_2, \dots, x_n \in \mathbb{R}$

$$|x_1 + x_2 + \dots + x_n| \leq |x_1| + |x_2| + \dots + |x_n|$$

**Question de TD :** calculer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 + 2x + 3} + ax + b$

**Exercice :** Etudier les extremums de  $f(x, y) = x^3 + y^3 - 6xy$

**Problème :**

Considérons la fonction  $f(x) = x + \sqrt{|4x^2 - 1|}$

- 1) Déterminer  $D_f$
- 2) Calculer les limites aux bords de  $D_f$
- 3) Calculer  $f'(x)$
- 4) a) Etudier la continuité de  $f$  sur  $D_f$  b) Etudier la dérivabilité de  $f$  sur  $D_f$
- 5) a) Montrer que :  $\sqrt{4x^2 - 1} + 4x < 0 \Leftrightarrow x \leq -\frac{1}{2}$  b) Montrer que :  $\sqrt{4x^2 - 1} + 4x > 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2\sqrt{3}}$
- c) Dédire le signe de  $f$

6) Etudier les branches infinies et déterminer les asymptotes s'elles existent

7) a) rappeler l'énoncé du théorème des valeurs intermédiaires b) montrer que  $\exists \alpha \in ]0, \frac{1}{2}[$  tel que  $f(\alpha) = 2\alpha$

8) a) Rappeler l'énoncé du théorème de Rolle b) Montrer que si  $g(x) = x(f(x) - 2x)$ , alors  $\exists \beta \in ]0, \alpha[$ , ( $\alpha$  étant le nombre défini dans la question 7) b)), tel que  $g'(\beta) = 0$

9) tracer la courbe de  $f$

Bonne chance ! 🍀