

Exercice 1 (6pts)

$p = 0,13 ; n = 100 ; \Rightarrow P(-0,05 \leq \bar{p} - p \leq 0,08) = P\left(\frac{-0,05}{\sqrt{\frac{0,13 \cdot 0,87}{100}}} \leq Z \leq \frac{0,08}{\sqrt{\frac{0,13 \cdot 0,87}{100}}}\right) = P(-1,09 \leq Z \leq 1,75) = 2 \cdot 0,3621 + 0,4599 = 0,8220 \Rightarrow 82,20\%$

$\sigma = \sqrt{\frac{0,13 \cdot 0,87}{100}} = 0,03458$

Tous les deux calculés et posés en reg. lin. simple mais juste Fisher et de valable en reg. lin. multiple.

$Q_1 = 53 ; Q_2 = 54 ; Q_3 = 61 ; \bar{x} = 57,15$ et $S = \sqrt{\frac{454,15}{10}} = \sqrt{45,415} = 6,74$

a. $P(Z \geq 0,93) = 1 - P(0 \leq Z \leq 0,93) = 0,5 - 0,3238 = 0,1762$

b. $P(-1,72 \leq Z \leq -1,32) = P(0 \leq Z \leq 1,72) - P(0 \leq Z \leq 1,32) = 0,4573 - 0,4066 = 0,0507$

c. $P(Z \leq -1,05) = P(Z \geq 1,05) = 0,5 - P(0 \leq Z \leq 1,05) = 0,5 - 0,3531 = 0,1469$

Exercice 2 (4pts)

$(H_0) : \mu = 8$
 $(H_1) : \mu \neq 8$

$n = 120 ; \bar{x} = 8,5 \text{ ms} ; \sigma = 3,2 \text{ ms}$

1. Test bilatéral.

On a : $Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{8,5 - 8}{3,2/\sqrt{120}} = 1,71$ ($\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 0,2921$)

Pour $\alpha = 0,5$: $Z_{\alpha/2} = 1,96 \geq Z \Rightarrow$ on ne peut pas rejeter (H_0) .

On a : $\mu \in \left[\bar{x} - Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} ; \bar{x} + Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right] = [8,5 - 1,96 \cdot 0,2921 ; 8,5 + 1,96 \cdot 0,2921] = [7,92 ; 9,07]$; oui, cela confirme notre μ

$S = 3,8 \Rightarrow$ $\mu \in \left[\bar{x} - Z_{\alpha/2} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} ; \bar{x} + Z_{\alpha/2} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} \right] = [8,5 - 1,96 \cdot \frac{3,8}{\sqrt{120}} ; 8,5 + 1,96 \cdot \frac{3,8}{\sqrt{120}}] = [8,1 ; 8,9]$
 $Z_{\alpha/2} = 1,96 \geq t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} = \frac{8,5 - 8}{3,8/\sqrt{120}} = 1,44 \Rightarrow$ on ne peut pas rejeter (H_0)

Exercice 3 (10pts)

1. $\hat{y} = 7,09x + 1659,09$

2. $SC_T = 3\ 335,000 \rightarrow (3,834,054,68)$
 $SC_{reg} = 3\ 687,272,66 \rightarrow (3,686,327,3)$
 $SC_{res} = 147\ 727,34$

$\bar{x} = 633,33$
 $\bar{y} = 6\ 150, -$
 $R = 0,9614$
 $0,9612$

92,12%
96,14% de la reg.
peut être expliquée
par l'eff. des

3. $(H_0) : \beta_1 = 0$
 $(H_1) : \beta_1 \neq 0$
 $s = \sqrt{MC_{res}} = \sqrt{\frac{SC_{res}}{n-2}} = 194,18$
 $t = \frac{b_1}{s_{b_1}} = 9,99 \geq t_{\alpha/2} = 2,716$ (n-2 ddl)

Fisher : $MC_{reg} = \frac{SC_{reg}}{1} = 3\ 687,272,66$
 $F = \frac{MC_{reg}}{MC_{res}} = 99,84 \geq F_{\alpha} = 7,11$
Donc on rejette (H_0) .

4. $\beta_1 \in [b_1 - t_{\alpha/2} \cdot s_{b_1} ; b_1 + t_{\alpha/2} \cdot s_{b_1}] = [7,09 - (4,604 \cdot 0,707) ; 7,09 + (4,604 \cdot 0,707)] = [3,82 ; 10,36]$

Donc on peut rejeter (H_0) car $0 \notin [3,82 ; 10,36]$

5. Tableau ANOVA :

Source de la variat.	Somme des carrés	ddl	Moyenne des carrés	F
Régression	3 687 272,66	1	3 687 272,66	99,84
Résidu	147 727,34	4	36 931,84	
Totale	3 335,000	5		

1pt



UNIVERSITE ABDELMALEK ESSAADI
Ecole Nationale de Commerce et de Gestion
National School of Management
Tél.: 039-31-34-87/88/89, Fax: 039-31-34-93, Adresse: B.P 1255 Tanger- Maroc

EXAMEN DE FIN DE SEMESTRE
SEMESTRE D'AUTOMNE
Session Normale - Janvier 2022

Épreuve : Statistique appliquée
Enseignant : Rachid MCHICH
Niveau : 3^{ème} année – Semestre 5
Jour/Date : Samedi 08/01/2022 à 12h00
Durée : 2h00

Les documents et téléphones portables sont interdits.
Les exercices sont indépendants les uns des autres et ne sont pas classés par ordre de difficulté.

N.B. : Tous les calculs doivent être justifiés.

Exercice 1 : (6 pts)

1. Le PDG d'une société estime que 30% des commandes de la firme proviennent de nouveaux clients. Un échantillon aléatoire simple de 100 commandes est utilisé pour estimer la proportion de nouveaux clients. *Quelle est la probabilité que la proportion d'échantillon soit comprise entre 0,25 et 0,38 ?*
2. *Dans les problèmes de régression, quelle est la différence entre le Test de Student et celui de Fisher ?*
3. *Considérons un échantillon avec les observations suivantes : 53, 55, 70, 58, 64, 57, 53, 69, 57, 68 et 53. Calculer les 3 quartiles ainsi que l'écart type de ces valeurs.*
4. *Sachant que Z est une variable aléatoire normale centrée réduite, calculer les probabilités suivantes :*
 - a. $P(z \geq 0,93)$
 - b. $P(-1,72 \leq z \leq -1,32)$
 - c. $P(z \leq -1,05)$

Exercice 2 : (4 pts)

Considérons le test d'hypothèses suivant concernant la durée moyenne d'attente aux caisses d'un supermarché :

$$H_0 : \mu = 8$$

$$H_a : \mu \neq 8$$

Un échantillon de taille $n = 120$ individus indique un temps d'attente moyen de 8,5 minutes. L'écart type de la population est égal à 3,2 minutes.

- a. *De quel type de test s'agit-il ?*

- b. Calculer la valeur de la statistique de test. Au seuil $\alpha = 0,05$, que peut-on conclure pour l'hypothèse (H_0) ?
- c. Calculer l'intervalle de confiance à 95% pour la moyenne de la population. Confirmez-vous votre conclusion ?
- d. Supposons que l'écart type de la population soit inconnu, et que celui de l'échantillon soit égal à 3,8. Au seuil $\alpha = 0,05$, que peut-on conclure dans ce cas pour l'hypothèse (H_0) ?

Exercice 3 : (10 pts) Estimation des coûts.

En collectant des données sur les quantités (x_i) et sur les coûts (y_i), un comptable veut estimer le coût associé à une opération de fabrication particulière. Considérons ainsi l'échantillon suivant des quantités produites et des coûts de production :

Volume de production (en unités)	Coût total (en dh)
450	5 000
550	5 400
600	5 900
700	6 400
750	7 000
750	7 200

- Donner l'équation estimée de régression linéaire qui permet de prévoir le coût total de la production d'une quantité donnée.
- En explicitant le calcul de : SCT, SCreg et SCres, calculer le coefficient de détermination. Interpréter.
- Utiliser les tests de Student et de Fisher (à 95%) pour tester les hypothèses suivantes:

$$H_0 : \beta_1 = 0$$

$$H_a : \beta_1 \neq 0$$
- Donner un intervalle de confiance de β_1 à 99%. Que peut-on conclure pour le test d'hypothèses ?
- Présenter les résultats sous forme d'un tableau ANOVA.

N.B. : Tous les calculs doivent être justifiés

Bonne chance