Chapitre 4. Les caractéristiques de forme

1. L'ASYMÉTRIE
2. L'APLATISSEMENT

Chapitre 4. Les caractéristiques de forme

1. L'asymétrie

- Coefficient de Pearson
- Coefficient de Yule
- Coefficient de Fischer

2. L'aplatissement

- Coefficient de Pearson
- Coefficient de Fischer

Chapitre 4. Les caractéristiques de forme

- Deux distributions qui présentent les mêmes caractéristiques de tendance centrale et de dispersion peuvent avoir des formes très différentes. Ces caractéristiques servent essentiellement à comparer plusieurs distributions.

- La forme d'une distribution peut être appréhendé par deux caractéristiques : l'asymétrie *(Skewness)* et l'aplatissement *(Kurtosis).*

Chapitre 4. Les caractéristiques de forme

1. L'asymétrie (Skewness)

- L'asymétrie d'une distribution est mesurée par rapport à une distribution parfaitement symétrique. Cette dernière est tel que les valeurs sont distribuées de la même manière de part et d'autre des trois caractéristiques de tendance centrale $\bar{x} = M_o = M_é$.

- Plusieurs moyens sont utilisés pour mesurer l'asymétrie d'une distribution.

Chapitre 4. Les caractéristiques de forme

1. L'asymétrie / Coefficient de Pearson

K. Pearson a définit une relation empirique entre les trois caractéristiques de tendance centrale valable pour les distributions unimodales et peu asymétriques. Elle s'écrit :

$$(\bar{x} - M_o) = 3(\bar{x} - M_é)$$

Ainsi, la distance entre ces caractéristiques peut-être utilisée pour mesurer l'asymétrie. K. Pearson a définit le coefficient suivant :

$$CP = \frac{\bar{x} - M_o}{\sigma} = \frac{3(\bar{x} - M_é)}{\sigma}$$

Si $CP = 0$, la distribution est dite symétrique
Si $CP > 0$, la distribution présente une oblicité à gauche
Si $CP < 0$, la distribution présente une oblicité à droite

Chapitre 4. Les caractéristiques de forme

1. L'asymétrie / Coefficient de Yule

Yule à utilisé les écarts entre quantiles pour construire un coefficient d'asymétrie. Dans le cas des intervalles interquartiles, le coefficient de Yule peut s'écrire comme suit :

$$CY = \frac{[(q_3 - q_2) - (q_2 - q_1)]}{(q_3 - q_1)}$$

- Si $CY = 0$, la distribution est symétrique
- Si $CY > 0$, la distribution présente une oblicité à gauche
- Si $CY < 0$, la distribution présente une oblicité à droite

Bien entendu, on peut utiliser les écarts entre déciles pour construire un coefficient équivalent.

$$CY = \frac{[(d_9 - d_5) - (d_5 - d_1)]}{(d_9 - d_1)}$$

Chapitre 4. Les caractéristiques de forme

1. L'asymétrie / Coefficient de Fischer

Fisher s'est basé sur la propriété des moments centrés. En effet, les moments centrés d'ordre impair sont nulles pour les distributions symétriques. Le coefficient de Fisher s'écrit :

$$CF = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = \frac{\mu_3}{\sqrt{\mu_2^3}}$$

Là encore, on peut utiliser des moments centrés impairs d'ordre supérieur.

Si $CF = 0$, la distribution est symétrique
Si $CF > 0$, la distribution présente une oblicité à gauche
Si $CF < 0$, la distribution présente une oblicité à droite

Chapitre 4. Les caractéristiques de forme

2. L’aplatissement (Kurtosis)

L’aplatissement est mesuré par rapport à une distribution théorique dite (Gauss-Laplace ou normale). Plus précisément, l’aplatissement mesure la forme aiguë ou plate (ou de manière équivalente l’épaisseur des queues de la distribution) d’une distribution par rapport à la distribution normal.

:

.

Chapitre 4. Les caractéristiques de forme

2. L'aplatissement / Coefficient de Pearson

Pearson propose le coefficient suivant basé sur le moment centré d'ordre 4

$$\boldsymbol{CF = \frac{\mu_4}{\sigma^4} = \frac{\mu_4}{\mu_2^2}}$$

:

.

Si $CP = 0$, normale ou *mésokurtique*
Si $CP > 3$, la distribution est *leptokurtique*
Si $CP < 3$, la distribution est *platykurtiqu*

.

Chapitre 4. Les caractéristiques de forme

2. L'aplatissement / Coefficient de Fischer

Fisher propose un coefficient équivalent :

$$CF = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3$$

:

.

Si $CF = 0$, la distribution *mésokurtique*
Si $CF > 0$, la distribution est *leptokurtique*
Si $CF < 0$, la distribution est *platykurique*

.