

RESUME DU PARTIE I

Le consommateur est rationnel son objectif est de maximiser son utilité, qui dépend des quantités de biens. L'utilité ordinale peut être représentée par des courbes d'indifférence, le long desquelles l'utilité totale est constante, et qui visualisent la substitution entre biens dont la mesure est faite par le TMS. Ce dernier est le rapport des utilités marginales des biens.

Le consommateur maximise son utilité sous contrainte de son budget. Son optimum est obtenu par l'égalisation du rapport des utilités marginales et du rapport du prix des biens.

De la variation du budget est déduite la courbe revenu-consommation, qui permet de classer les biens en normaux et inférieurs, et de construire les courbes d'Engel.

Si le prix d'un bien se modifie, on déduit la courbe prix-consommation et les effets de revenu et de substitution.

L'élasticité-prix de la demande mesure le pourcentage de variation de la quantité demandée consécutif à une modification de 1 % du prix d'un bien. Elle permet de caractériser la demande : élastique, inélastique, à élasticité unitaire. Lorsque la variation du prix est très faible, on calcule une élasticité-point lorsqu'elle est forte, on doit utiliser l'élasticité-arc. Les principaux déterminants de l'élasticité-prix sont le poids du produit dans le budget du consommateur, la proximité des biens substitués, la cherté des biens et la longueur de la période de consommation.

L'élasticité-revenu mesure le pourcentage de variation de la quantité demandée lorsque le revenu varie de 1 %. Elle permet de repérer les biens de première nécessité et les biens de luxe. L'élasticité croisée de la demande conduit à classer les biens en substitués et complémentaires.

La connaissance de la valeur de l'élasticité-prix permet de prévoir Si une baisse (hausse) du prix augmente (diminue) les dépenses de consommation, c'est-à-dire aussi les recettes de la firme, selon que la demande est, ou non, élastique au prix.

Le surplus du consommateur est la différence entre ce qu'il est prêt à payer et ce qu'il paie réellement pour une quantité d'un bien. Il est une mesure du gain d'utilité.

FICHE SYNTHETIQUE N°1

L'utilité marginale et la fonction d'utilité

Objectif : Comment un consommateur rationnel décide-t-il de répartir la totalité de son budget entre les différents biens et services disponibles de manière à maximiser sa satisfaction. Quels sont ses choix entre les quantités des biens et services.

Cadre d'analyse :

- Le consommateur est rationnel dans le sens qu'il cherche à maximiser son utilité
- Le consommateur dispose d'un revenu affecté totalement à la consommation
- L'information est disponible et complète
- L'utilité est positive

L'utilité marginale

Définition : L'Um d'un bien est l'utilité retirée de la dernière unité consommée de ce bien

Caractéristiques :

- L'utilité marginale est décroissante : à chaque unité supplémentaire le désir diminue
 $Um(X1) > Um(X2) > Um(X3) \dots > Um(Xn)$ n unités du bien X
- L'utilité marginale est positive $Um(X) > 0$ quand $X > 0$
- L'utilité totale d'un bien est égale à la somme des utilités marginales :
 $UT(X) = Um(X1) + Um(X2) \dots + Um(Xn)$
- L'utilité marginale de X se calcule par l'outil mathématique : la dérivée : $Um(X) = \partial U / \partial X$

La fonction d'utilité

Définition : La fonction d'utilité est une relation entre les quantités consommées des biens et la satisfaction procurée par ces biens.

$$U = U(X, Y)$$

U = niveau de satisfaction, X et Y la quantité consommée de X et Y

Hypothèses :

- Hypothèse de non-saturation : Chaque quantité consommée améliore l'utilité totale
 $\partial U / \partial X > 0$ et $\partial U / \partial Y > 0$ autrement $\partial U / \partial Q > 0$ dérivée par rapport à la quantité > 0
- La fonction d'utilité est continue et dérivable deux fois
- La fonction d'utilité est croissante $\partial U / \partial Q > 0$ (hyp. de non-saturation)
- La fonction d'utilité est concave ou au moins quasi-concave \implies elle admet un maximum
 $\partial^2 U / \partial Q^2 < 0$

FICHE SYNTHETIQUE N°2

La courbe d'indifférence, le TMS, La contrainte budgétaire

La courbe d'indifférence

Définition : La courbe d'indifférence représente l'ensemble des combinaisons possibles de consommation de 2 biens X et Y qui procure la même satisfaction

Hypothèses :

- Le consommateur est capable de faire des choix et peut révéler et classer ses préférences :
Il peut comparer 2 paniers A et B. Chaque panier est composé d'une certaine quantité de bien X et une certaine quantité de bien Y.
A est préféré à B ou B est préféré à A ou A est indifférent de B.
- Les choix sont transitifs : Si A est préféré à B et B est préféré à C alors A est préféré à C
- La non-saturation
- La substituabilité des biens
- L'utilité marginale est décroissante

Propriétés :

- Toute au long d'une CI l'utilité totale ne change pas. Elle est constante
La variation totale sur une CI est nulle $\Leftrightarrow dU=0$
- La courbe d'indifférence est décroissante de gauche à droite. La CI a une pente négative.
Tout au long d'une CI quand X augmente, Y doit diminuer et inversement
 $\partial Y/\partial X < 0$ implique que la courbe d'indifférence est décroissante $l'U_m > 0$
- La courbe d'indifférence est convexe par rapport à l'origine. Plus on s'approche de l'origine plus les X et les Y sont valorisés. Plus on s'éloigne de l'origine plus les X et les Y perdent de leur valeur. L'échange entre les X et Y dépend de la position des X et Y échangés par rapport à l'origine.
➤ $\partial^2 Y/\partial X^2 > 0$ implique que la courbe d'indifférence est convexe
- Les courbes d'indifférences ne se coupent pas
- Plus on s'éloigne de l'origine plus le niveau de satisfaction est élevé.

Application : On tire l'équation de la courbe d'indifférence à partir de la fonction d'utilité.

Soit la fonction d'utilité $U = U(X, Y)$

On pose $U = U_0$ une constante \Leftrightarrow On obtient Y en fonction de X pour $U = U_0$

$Y = f(x)_{U=U_0} \Leftrightarrow$ c'est l'équation de la courbe d'indifférence

$DY/dX \Leftrightarrow$ est la pente de la courbe d'indifférence (c'est le TMS)

$\partial Y/\partial X < 0 \Leftrightarrow$ la courbe d'indifférence est décroissante

$\partial^2 Y/\partial X^2 > 0 \Leftrightarrow$ la courbe d'indifférence est convexe

Le TMS

Définition : Le TMS mesure la quantité supplémentaire nécessaire de Y pour compenser une perte d'une unité infiniment petite de X.

Le TMS est un indicateur psychologique qui montre comment l'individu acceptera de substituer du bien X à du bien Y.

$$\text{TMS} = (-) dY/dX$$

Le signe (-) est ajouté par convention pour faciliter l'interprétation économique.

Propriétés :

- Le TMS est négatif $dY/dX < 0$
- Le TMS est décroissant :
En valeur absolue dY/dX est de plus en plus faible de gauche à droite
- Le TMS est variable en chaque point de la courbe d'indifférence

TMS et l'Um :

Sur une CI, la variation de l'utilité est nulle $dU=0$

$$dU = \partial U / \partial X \cdot dX + \partial U / \partial Y \cdot dY = 0$$

$$\text{TMS} = dY/dX = (-) (\partial U / \partial X) / (\partial U / \partial Y) = (-) U_m(X) / U_m(Y)$$

Le TMS est égal aux rapports des utilités marginales avec signe (-)

La contrainte budgétaire

Définition : C'est l'ensemble des combinaisons de X et de Y que le consommateur peut acheter compte tenu de son revenu et du prix des deux biens.

Contrainte budgétaire s'écrit : $R = P_x \cdot X + P_y \cdot Y$ (le revenu est égale à la dépense)

Représentation graphique : On prend les 2 points limites en posant d'abord $X=0$ puis $Y=0$

Equation de la contrainte budgétaire

$$Y = R/P_x - P_x/P_y \cdot X$$

$-P_x/P_y$ mesure la pente de la contrainte budgétaire,
c'est le coût d'opportunité objectif du consommateur

Les cas particuliers : les solutions au coin

Les courbes d'indifférences particulières :

- **Deux biens parfaitement substituables** sont 2 biens qui procurent exactement la même satisfaction
- **Deux biens parfaitement complémentaires** sont 2 biens qui sont toujours consommés ensemble. L'un ne peut être consommé sans l'autre.
- **Un bien indésirable** moins il est consommé, plus la satisfaction augmente
- **Un bien neutre** c'est bien vis-à-vis duquel le consommateur est indifférent
- **Les courbes d'indifférences peuvent être concaves :** la solution est une solution au coin.

Les contraintes budgétaires particulières :

Cas d'impôt :

- **Les impôts directs** frappent le revenu, donc l'impact est similaire à une baisse du revenu
- **Les impôts indirects** frappent les dépenses, l'impact est similaire à une hausse des prix

Cas de rationnement :

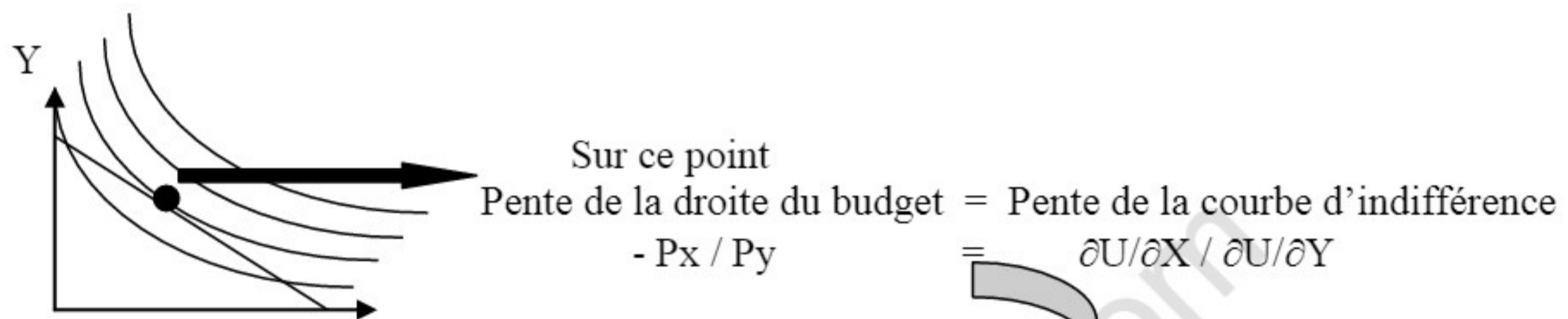
- **Le rationnement par les quantités :** consiste à fixer une quantité maximale de consommation d'un bien.
- **Le rationnement par le revenu :** consiste à distribuer des revenus fictifs (des coupons) permettant d'acheter les biens rationnés

FICHE SYNTHETIQUE N°3

L'équilibre du consommateur

$$\text{Système : } \begin{cases} \text{maximiser } U = U(X, Y) \\ \text{Sous contrainte } R = P_x \cdot X + P_y \cdot Y \end{cases}$$

1) La méthode géométrique



La loi d'égalisation des utilités marginales par les prix
Cette relation correspond à l'idée que la satisfaction du consommateur est maximale lorsque la dernière unité monétaire consacrée à l'achat de chacun des biens lui procure le même supplément d'utilité.

2) Méthode de Lagrange

Maximiser U revient à maximiser la fonction de Lagrange

$$\mathcal{L} = U(X, Y) + \lambda (P_x \cdot X + P_y \cdot Y - R)$$

Les conditions de 1^{ère} ordre :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial X} = \frac{\partial U}{\partial X} + \lambda \cdot P_x = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial Y} = \frac{\partial U}{\partial Y} + \lambda \cdot P_y = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = P_x \cdot X + P_y \cdot Y - R = 0 \end{aligned} \right\} \text{ Les conditions d'optimalité } \Rightarrow \begin{cases} (1) \text{ TMS} = \frac{\partial U / \partial X}{\partial U / \partial Y} = \frac{P_x}{P_y} \\ (2) R - P_x \cdot X - P_y \cdot Y = 0 \end{cases}$$

de (1) on obtient Y en fonction de X .

Puis on remplace ce Y dans (2), on obtient de la valeur de X ensuite celle de Y .

Remarque : $dU/dR = \lambda$ est égal à l'utilité marginale du revenu

FICHE SYNTHETIQUE N°4

La fonction de demande

Définition : La fonction de demande exprime la relation entre une variation des prix et des revenus d'une part, et la variation de la demande d'autre part, lorsque le consommateur se maintient à l'équilibre.

La fonction de demande du bien X : $X^d = f(P_x, P_y, R)$

Propriété : la fonction de demande est homogène de degrés zéro.

Autrement si R, P_x , et P_y sont multipliés par le même coefficient, la droite de budget reste inchangé et par conséquent le point d'équilibre reste le même.

Application : A partir des conditions d'optimalité, on peut connaître la fonction de demande du consommateur pour un bien.

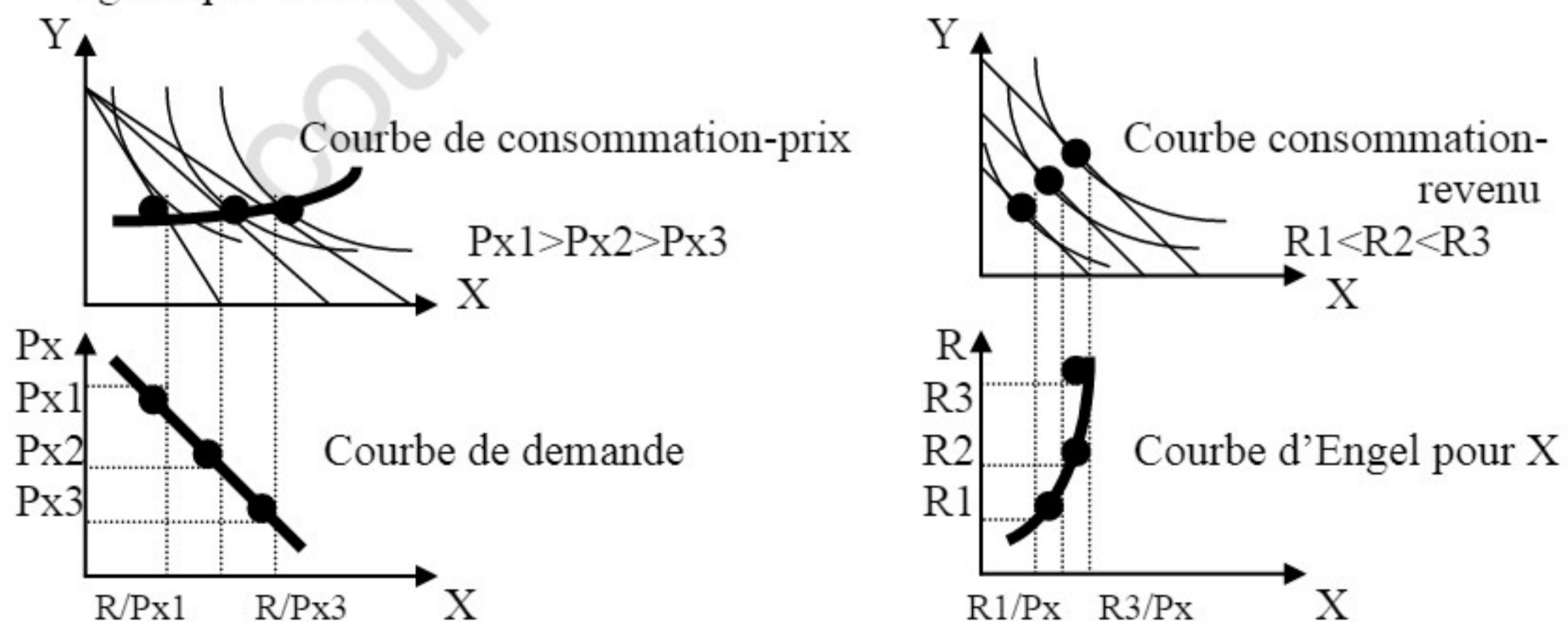
Les conditions d'optimalité $\left\{ \begin{array}{l} (1) \text{ TMS} = \frac{\partial U / \partial X}{\partial U / \partial Y} = \frac{P_x}{P_y} \\ (2) R - P_x \cdot X - P_y \cdot Y = 0 \end{array} \right.$

A partir de (1) et de (2) on obtient : $X^d = f(P_x, P_y, R)$ et $Y^d = f(P_x, P_y, R)$

La courbe de consommation-prix : Cette courbe représente l'ensemble des points optimum de consommation, lorsque seul le prix de ce bien varie

La courbe de consommation-revenu : Cette courbe représente l'ensemble des points optimum de consommation, lorsque seul le revenu de ce bien varie

La courbe d'Engel pour un bien : C'est une relation entre le revenu du consommateur et les quantités consommées de ce bien, à partir d'une situation d'équilibre, toutes choses égales par ailleurs.



Le surplus du consommateur : C'est la différence entre ce qu'on est disposé à payer et ce qu'on paie effectivement pour une quantité donnée d'un bien.

Le paradoxe de Giffen : Pour les biens inférieurs, on constate que lorsque le prix augmente paradoxalement la consommation augmente. C'est les produits de première nécessité.

FICHE SYNTHETIQUE N°5

L'élasticité

L'élasticité exprime le degrés de sensibilité de la consommation par rapport aux prix ou par rapport au revenu.

L'élasticité-prix : indique l'accroissement relatif de la demande rapporté à un accroissement de 1% du prix.

$$e_{px} = (-) \frac{dX}{dP_x} \cdot \frac{P_x}{X}$$

- $|e_{px}| > 1$: demande élastique variation de la demande plus que proportionnelle à la variation des prix
- $|e_{px}| < 1$: demande inélastique variation de la demande moins que proportionnelle à la variation des prix
- $|e_{px}| = 1$: élasticité unitaire lorsque la réaction de la demande est exactement proportionnelle à la variation des prix

L'élasticité-prix croisée : ce coefficient mesure la réaction de la demande d'un bien, suite à la variation du prix d'un autre bien.

$$e_c = \frac{dX/X}{dP_y/P_y} = \frac{dX}{X} \cdot \frac{P_y}{dP_y}$$

- ◆ Si $e_c = 0$ les deux biens sont indépendants, une variation de P_y n'a aucun effet sur la consommation de X.
- ◆ Si $e_c > 0$ les deux biens sont substituables, une variation de P_y entraîne une variation, de même sens, de la consommation de X.
- ◆ Si $e_c < 0$ les deux biens sont complémentaires, le renchérissement du bien Y porte atteinte à sa consommation, mais aussi à celle du bien X qui en est indissociable.

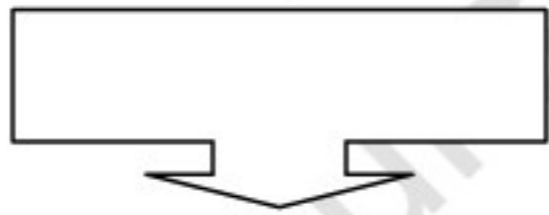
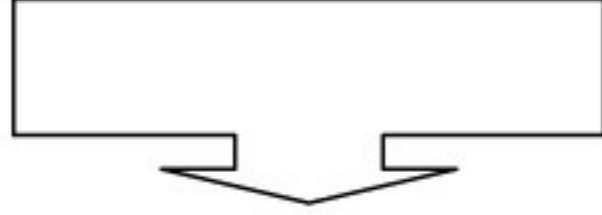
L'élasticité-revenu : mesure le degrés de sensibilité de la demande d'un bien par rapport au revenu

$$e_r = \frac{dX/X}{dR/R} = \frac{dX}{dR} \cdot \frac{R}{X}$$

- ◆ $0 < e_r < 1$: Bien normal : lorsque la consommation augmente aussi vite ou moins vite que le revenu
- ◆ $e_r > 1$: Bien supérieur : lorsque la consommation augmente plus vite que le revenu $e_r > 1$
- ◆ $e_r < 0$: Bien inférieur,
- ◆ $e_r = 0$, e_r indique un bien dont la demande est insensible au revenu.

RESUME SUR LA DETERMINATION DE L'EQUILIBRE DU CONSOMMATEUR

C'est un problème de maximisation de la fonction d'utilité $U = U(X, Y)$
 Sous contrainte $R = P_x \cdot X + P_y \cdot Y$

Méthode géométrique	Méthode de substitution	Méthode du Lagrangien
<p>Pente de la Courbe D'indifférence = Pente de la contrainte budgétaire</p> $\frac{U_m(X)}{U_m(Y)} = \frac{P_x}{P_y}$ <p>$R = P_x X + P_y Y$</p>	<p>$U = U[X, Y(X)]$</p> <p>$Y(X)$ est tiré de $R = P_x X + P_y Y$</p> <p>$dU/dX = U_m(X) + U_m(Y) dY/dX$</p> <p>$U_m(X) + U_m(Y) (-P_x/P_y)$</p> <p>$R = P_x X + P_y Y$</p>	<p>$\mathcal{L} = U(X, Y) + \lambda (R - P_x \cdot X - P_y \cdot Y)$</p> <p>$\partial \mathcal{L} / \partial X = U_m(X) - \lambda \cdot P_x = 0$</p> <p>$\partial \mathcal{L} / \partial Y = U_m(Y) - \lambda \cdot P_y = 0$</p> <p>$\partial \mathcal{L} / \partial \lambda = R - P_x \cdot X - P_y \cdot Y = 0$</p>
		
<p>Systeme à 2 équations et à 2 inconnues X et Y conduisant à</p> <p style="text-align: center;">$X = X(P_x, P_y, R)$ $Y = Y(P_x, P_y, R)$</p>	<p>Systeme de 3 équations à 3 inconnues X, Y, λ conduisant</p> <p style="text-align: center;">$X = X(P_x, P_y, R)$ $Y = Y(P_x, P_y, R)$</p>	