

Cours de probabilités



GHIZLAN LOUMRHARI
DÉCEMBRE 2021

Chapitre 2. Variables aléatoires

Les variables aléatoires continues



La v.a. continue. La v.a. est dite continue si ses réalisations sont n'importe quels réels dans un intervalle donné (le montant des transactions pendant une journée à la BVC). Elle est caractérisée par cet ensemble et la probabilité d'apparition appelée distribution ou loi de probabilité et prend la forme d'une expression analytique appelée densité.

Caractéristiques :

Les deux principales caractéristiques, la moyenne et la variance, d'une variables aléatoire continues sont données par

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx \quad V(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} [x - E(X)]^2 f(x)dx$$

Chapitre 2. Variables aléatoires

Les lois continues. La loi normale



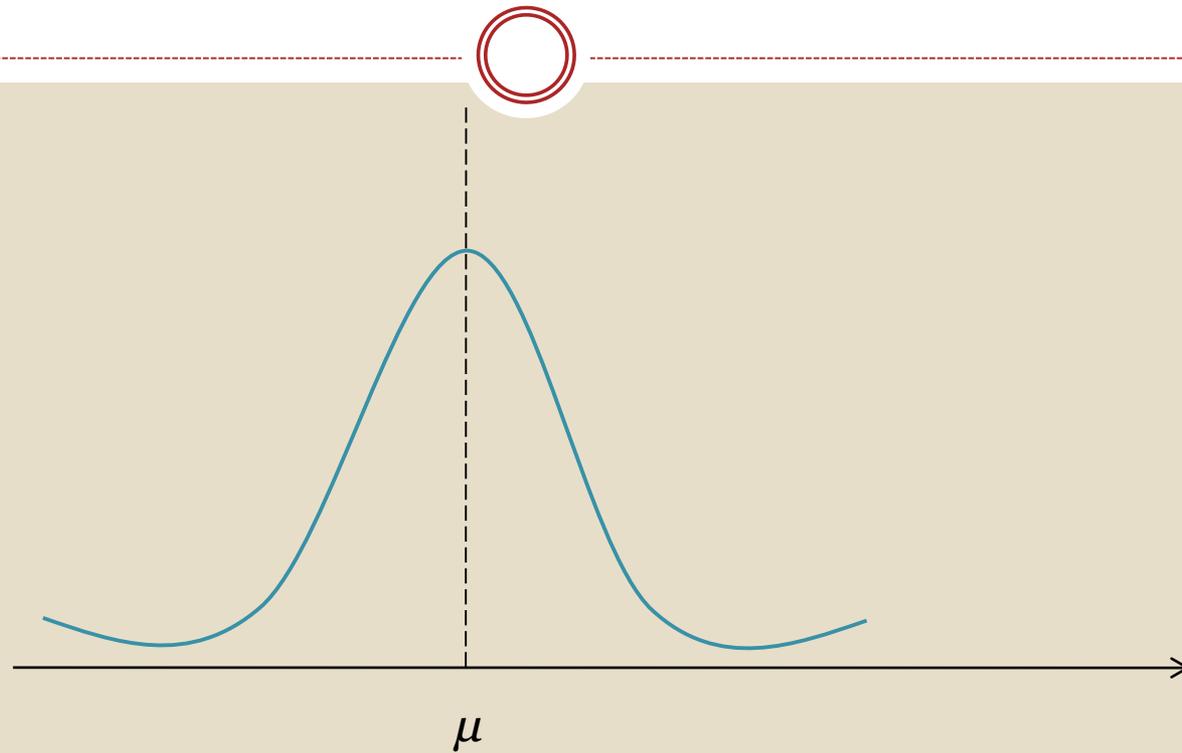
La loi normale : X suit une loi Normale de paramètres μ et σ notée si sa densité est donnée par :

$$f(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

Propriétés : $E(X) = \mu$ et $V(X) = \sigma^2$

Chapitre 2. Variables aléatoires

Les lois continues. La loi normale



- Il existe une infinité des lois normales
- La loi n'est pas tabulée. **Problème**
- **Il faut la standardiser**

Chapitre 2. Variables aléatoires

Les lois continues. La loi normale centrée réduite



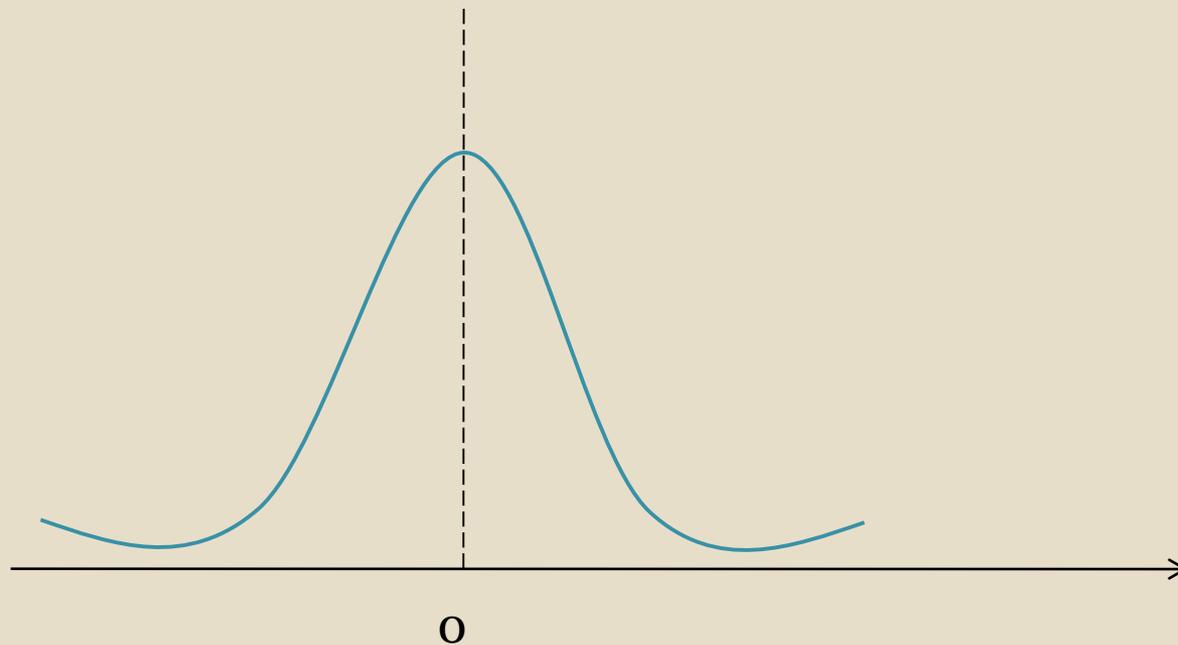
La loi normale centrée réduite (standard) : Si on pose $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$ on obtient une V.A. noté $N(0,1)$ de densité

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}$$

Propriétés : $E(X) = 0$ et $V(X) = 1$

Chapitre 2. Variables aléatoires

Les lois continues. La loi normale centrée réduite



Chapitre 2. Variables aléatoires

Les lois continues. La loi normale centrée réduite



Le théorème central limite

Soit X_1, X_2, \dots une suite de variables aléatoires réelles définies sur le même espace de probabilité, indépendantes et identiquement distribuées suivant la même loi L .

Supposons que l'espérance μ et l'écart-type σ de L existent et soient finis avec

$\sigma \neq 0$.

Considérons la somme $S_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n$

Si n est grand alors S_n est une variable aléatoire normale de moyenne $n\mu$ et de

variance $n\sigma^2$

Chapitre 2. Variables aléatoires

Les lois continues. La loi normale centrée réduite



Exemple. Supposons que X suit une loi normale $N(80;14^2)$

Calculer $P(70 \leq X \leq 100)$

$$\mu = 80 \quad \sigma = 14$$

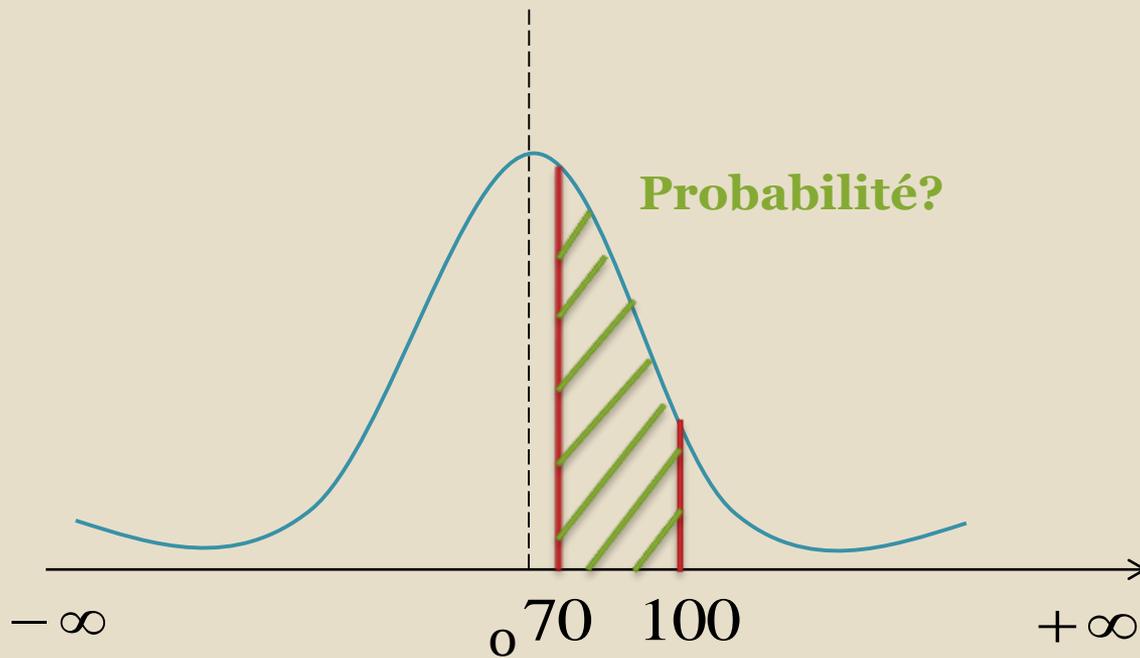
Chapitre 2. Variables aléatoires

Les lois continues. La loi normale centrée réduite



Exemple. Supposons que X suit une loi normale $N(80;14^2)$

Calculer : $P(70 \leq X \leq 100)$



Dire qu'une variable aléatoire continue X suit la loi normale $N(\mu; \sigma^2)$

Signifie que la variable aléatoire $\frac{X - \mu}{\sigma}$

Suit la loi normale centrée réduite $N(0;1)$

Chapitre 2. Variables aléatoires

Les lois continues. La loi normale centrée réduite



Exemple. Supposons que X suit une loi normale $N(80;14^2)$

Calculer : $P(70 \leq X \leq 100)$

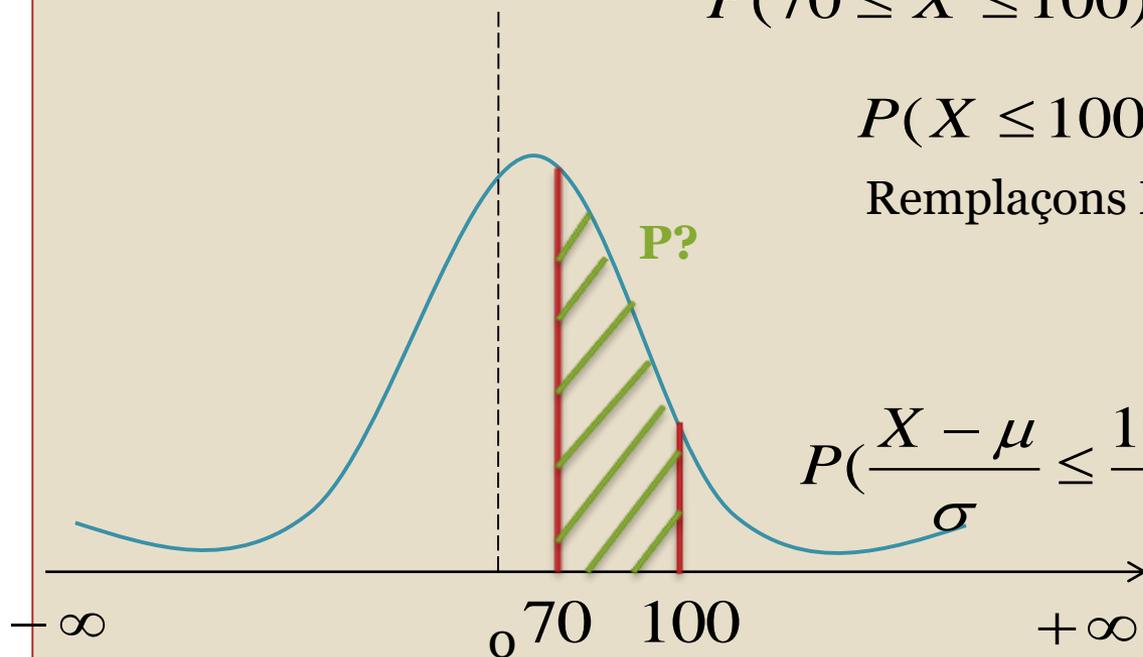
$$P(70 \leq X \leq 100) = P(X \leq 100) - P(X \leq 70)$$

$$P(X \leq 100) - P(X \leq 70)$$

Remplaçons X par Z tel que

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

$$P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} \leq \frac{100 - \mu}{\sigma}\right) - P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} \leq \frac{70 - \mu}{\sigma}\right)$$



Chapitre 2. Variables aléatoires

Les lois continues. La loi normale centrée réduite



Exemple. Supposons que X suit une loi normale $N(80;14^2)$

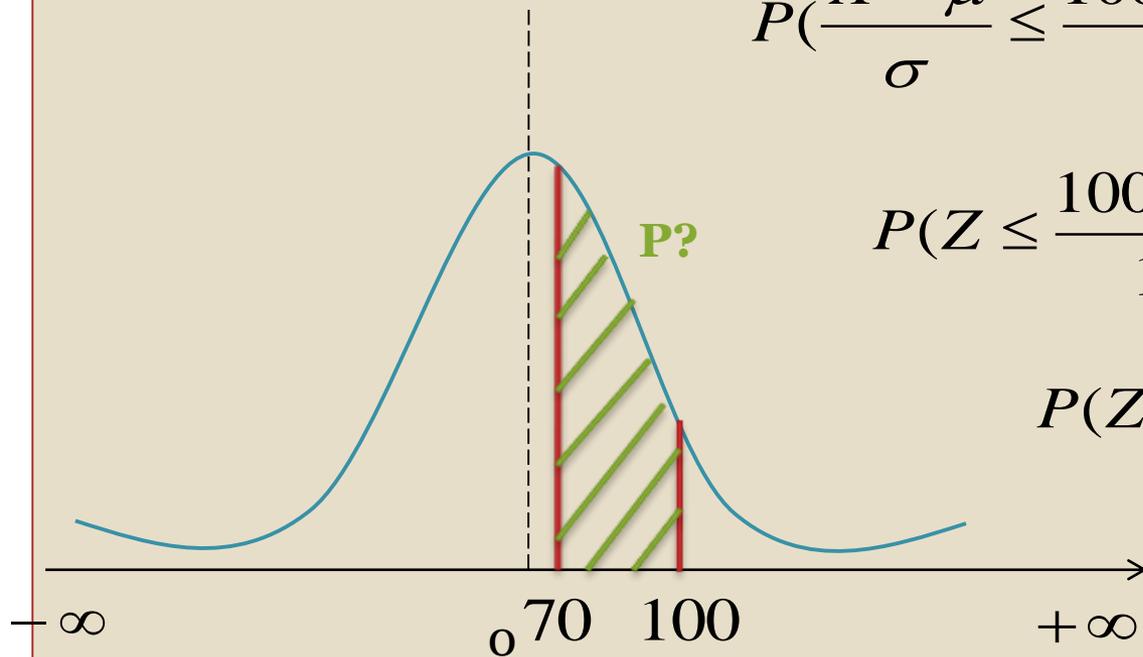
Calculer : $P(70 \leq X \leq 100)$

$$P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} \leq \frac{100 - \mu}{\sigma}\right) - P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} \leq \frac{70 - \mu}{\sigma}\right)$$

$$P\left(Z \leq \frac{100 - 80}{14}\right) - P\left(Z \leq \frac{70 - 80}{14}\right)$$

$$P\left(Z \leq \frac{20}{14}\right) - P\left(Z \leq -\frac{10}{14}\right)$$

$$P(Z \leq 1,43) - P(Z \leq -0,71)$$



Chapitre 2. Variables aléatoires

Les lois continues. La loi normale centrée réduite



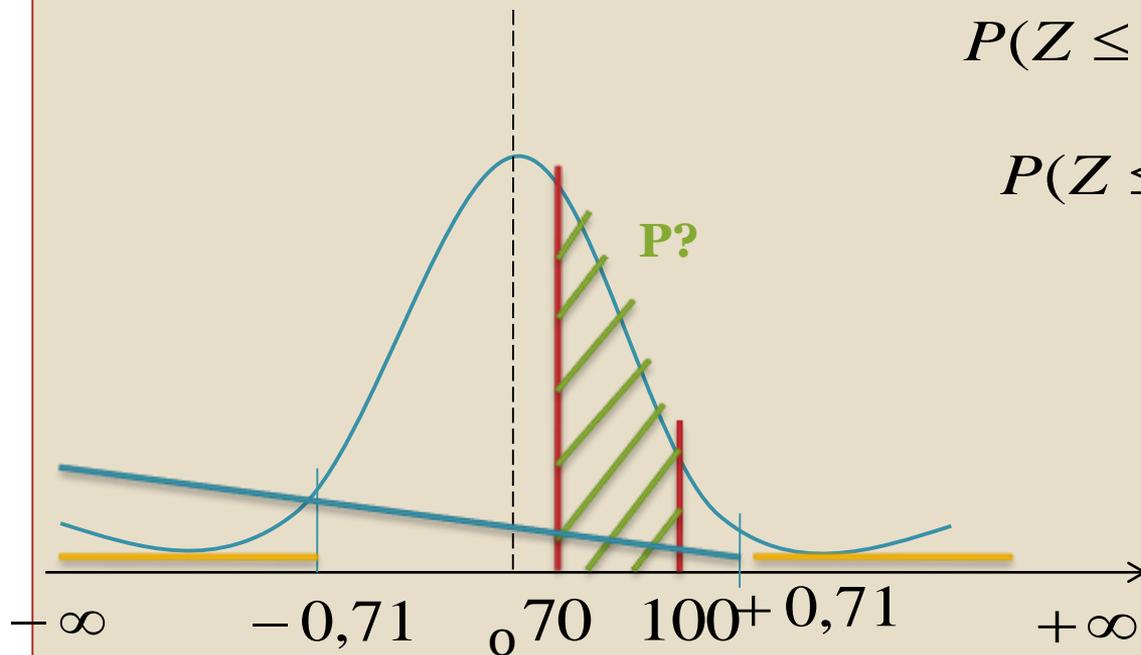
Exemple. Supposons que X suit une loi normale $N(80;14^2)$

Calculer : $P(70 \leq X \leq 100)$

$$P(Z \leq 1,43) - P(Z \leq -0,71)$$

$$P(Z \leq 1,43) - (1 - P(Z \leq 0,71))$$

$$P(Z \leq 1,43) - 1 + P(Z \leq 0,71)$$

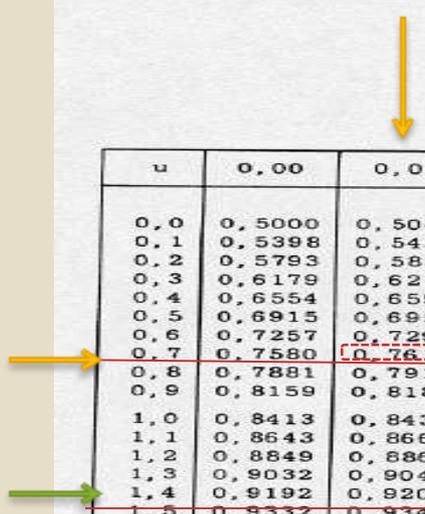
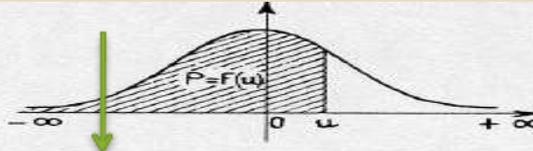


Chapitre 2. Variables aléatoires

Les lois continues. La loi normale centrée réduite



$$P(Z \leq 1,43) - 1 + P(Z \leq 0,71)$$



u	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7290	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9779	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9978	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986

Table pour les grandes valeurs de u

u	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,8	4,0	4,5
F(u)	0,99865	0,99904	0,99931	0,99952	0,99966	0,99976	0,999841	0,999928	0,999968	0,999997

Chapitre 2. Variables aléatoires

Les lois continues. La loi normale centrée réduite



$$P(Z \leq 1,43) - 1 + P(Z \leq 0,71)$$

$$0,9236 - 1 + 0,7611$$

$$0,6811$$

$$P(70 \leq X \leq 100) = 0,6811$$

Chapitre 2. Variables aléatoires

Les lois continues. La loi normale centrée réduite



Exemple.

1. Soit X une variable aléatoire qui suit une loi normale $N(3; \sigma^2)$

Déterminer σ tel que : $P(X \leq 2) = 0,4$

2. Soit X une variable aléatoire qui suit une loi normale $N(\mu; 10^2)$

Déterminer μ tel que : $P(X \leq 30) = 0,7$

Chapitre 2. Variables aléatoires

Les lois continues. La loi normale centrée réduite



Exemple.

1. Soit X une variable aléatoire qui suit une loi normale $N(3; \sigma^2)$

Déterminer σ tel que : $P(X \leq 2) = 0,4$

$$P(X \leq 2) = P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} \leq \frac{2 - \mu}{\sigma}\right)$$

$$P(X \leq 2) = P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} \leq \frac{2 - 3}{\sigma}\right)$$

$$P(X \leq 2) = P\left(Z \leq \frac{-1}{\sigma}\right)$$

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \text{ Suit une loi normale}$$

$N(0;1)$

Dire qu'une variable aléatoire continue X suit la loi normale $N(\mu; \sigma^2)$

Signifie que la variable aléatoire $\frac{X - \mu}{\sigma}$

Suit la loi normale centrée réduite $N(0;1)$

$$P(X \leq 2) = P\left(Z \leq \frac{-1}{\sigma}\right) = 0,4$$

Chapitre 2. Variables aléatoires

Les lois continues. La loi normale centrée réduite



Exemple.

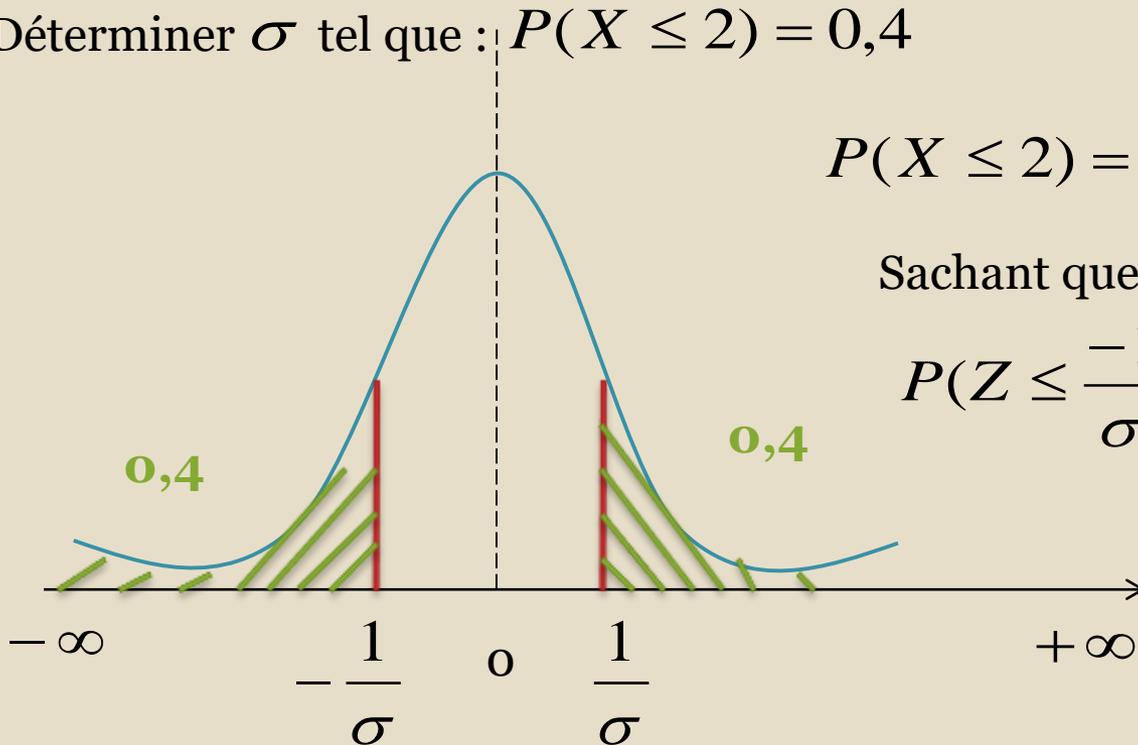
1. Soit X une variable aléatoire qui suit une loi normale $N(3; \sigma^2)$

Déterminer σ tel que : $P(X \leq 2) = 0,4$

$$P(X \leq 2) = P\left(Z \leq \frac{-1}{\sigma}\right) = 0,4$$

Sachant que :

$$P\left(Z \leq \frac{-1}{\sigma}\right) = P\left(Z \geq \frac{1}{\sigma}\right) = 0,4$$



Chapitre 2. Variables aléatoires

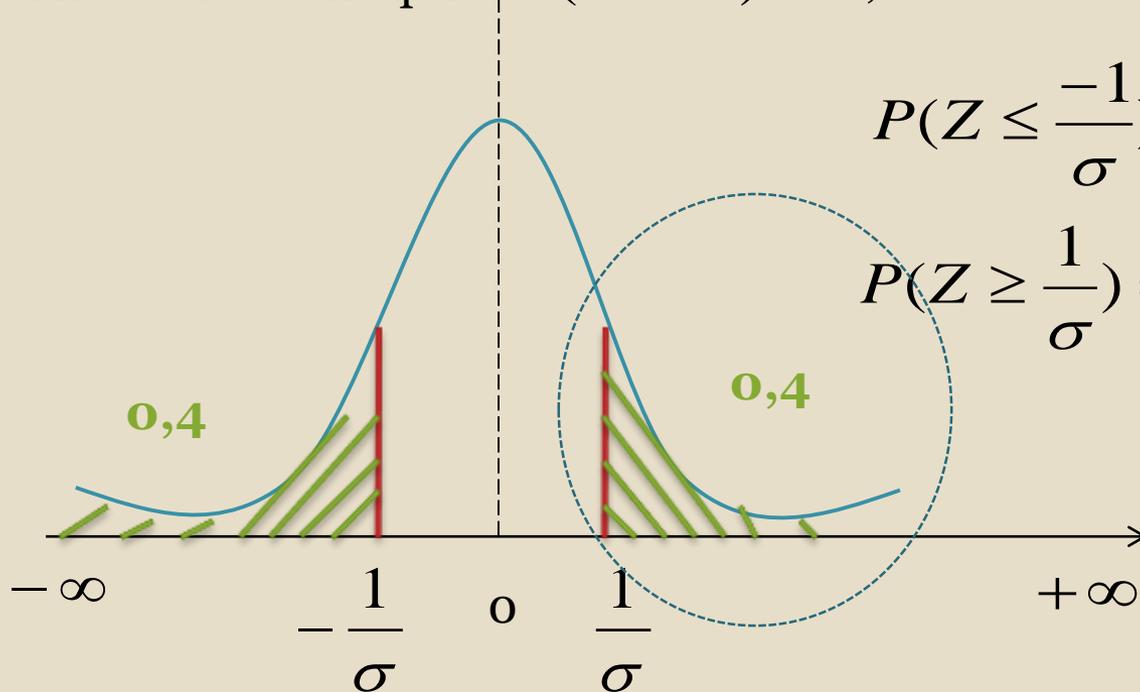
Les lois continues. La loi normale centrée réduite



Exemple.

1. Soit X une variable aléatoire qui suit une loi normale $N(3; \sigma^2)$

Déterminer σ tel que : $P(X \leq 2) = 0,4$



$$P(Z \leq \frac{-1}{\sigma}) = P(Z \geq \frac{1}{\sigma}) = 0,4$$

$$P(Z \geq \frac{1}{\sigma}) = 1 - P(Z \leq \frac{1}{\sigma}) = 0,4$$

$$1 - P(Z \leq \frac{1}{\sigma}) = 0,4$$

$$P(Z \leq \frac{1}{\sigma}) = 0,6$$

Chapitre 2. Variables aléatoires

Les lois continues. La loi normale centrée réduite



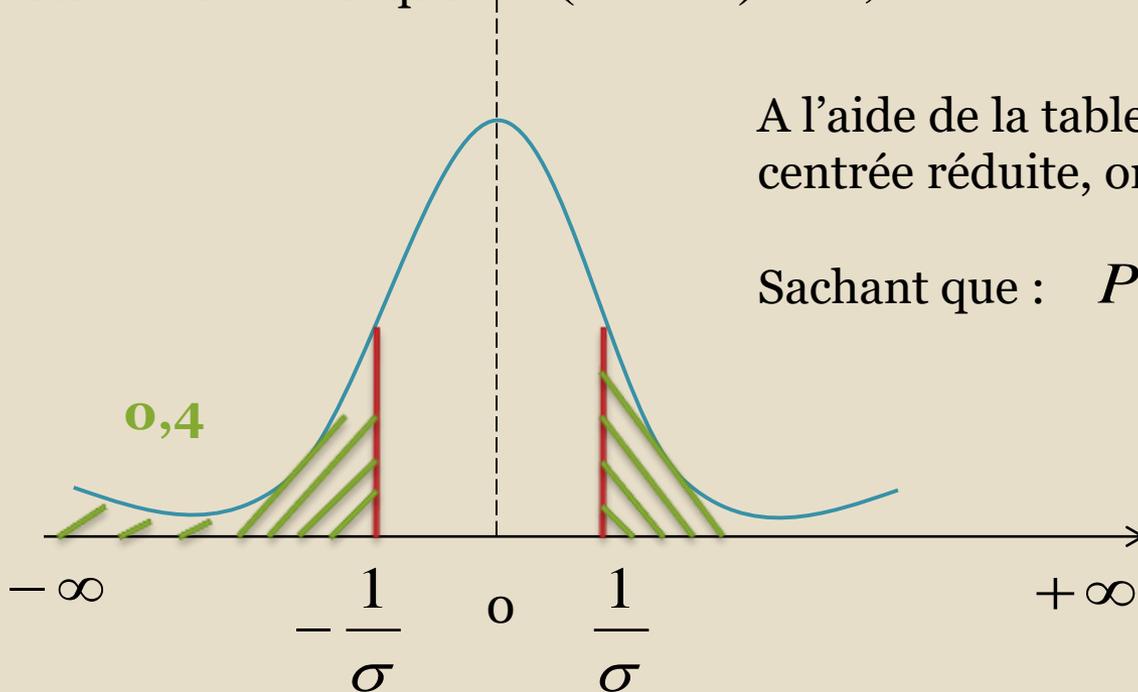
Exemple.

1. Soit X une variable aléatoire qui suit une loi normale $N(3; \sigma^2)$

Déterminer σ tel que : $P(X \leq 2) = 0,4$

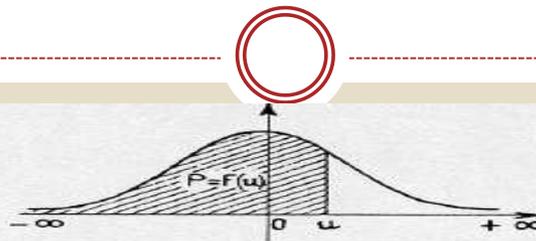
A l'aide de la table de la loi normale centrée réduite, on cherche la valeur du $\frac{1}{\sigma}$

Sachant que : $P(Z \leq \frac{1}{\sigma}) = 0,6$



Chapitre 2. Variables aléatoires

Les lois continues. La loi normale centrée réduite



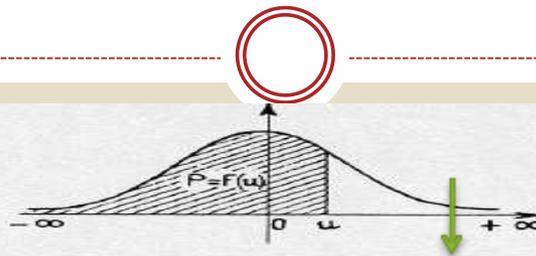
u	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7290	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9779	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986

Table pour les grandes valeurs de u

u	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,8	4,0	4,5
F(u)	0,99865	0,99904	0,99931	0,99952	0,99966	0,99976	0,999841	0,999928	0,999968	0,999997

Chapitre 2. Variables aléatoires

Les lois continues. La loi normale centrée réduite



$$\frac{1}{\sigma} = 0,255$$

$$\sigma = 3,921$$

u	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7290	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9779	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986

Table pour les grandes valeurs de u

u	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,8	4,0	4,5
F(u)	0,99865	0,99904	0,99931	0,99952	0,99966	0,99976	0,999841	0,999928	0,999968	0,999997

Chapitre 2. Variables aléatoires

Les lois continues. La loi normale centrée réduite



Exemple.

2. Soit X une variable aléatoire qui suit une loi normale $N(\mu; 10^2)$

Déterminer μ tel que : $P(X \leq 30) = 0,7$

Chapitre 2. Variables aléatoires

Les lois continues. La loi normale centrée réduite



Exemple.

2. Soit X une variable aléatoire qui suit une loi normale $N(\mu; 10^2)$

Déterminer μ tel que : $P(X \leq 30) = 0,7$

$$P(X \leq 30) = P\left(\frac{X - \mu}{10} \leq \frac{30 - \mu}{10}\right)$$

$$P(X \leq 30) = P\left(Z \leq \frac{30 - \mu}{10}\right) = 0,7$$

$$Z = \frac{X - \mu}{10} \text{ Suit une loi normale } N(0;1)$$

Dire qu'une variable aléatoire continue X suit la loi normale $N(\mu; \sigma^2)$

Signifie que la variable aléatoire $\frac{X - \mu}{\sigma}$

Suit la loi normale centrée réduite $N(0;1)$

Chapitre 2. Variables aléatoires

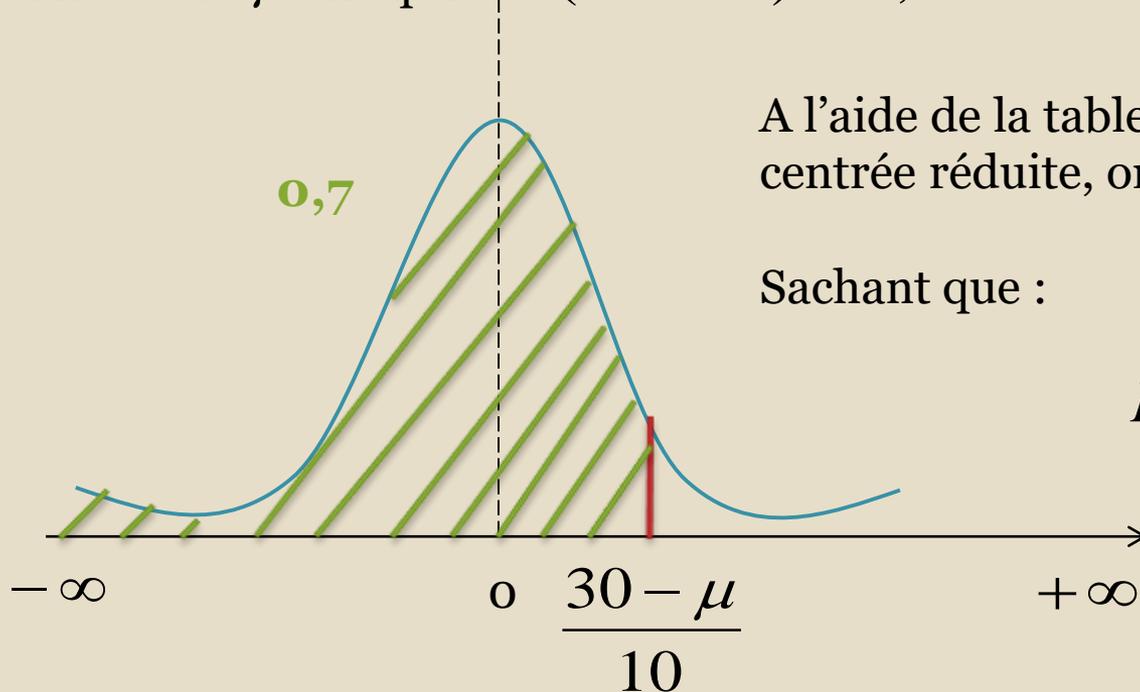
Les lois continues. La loi normale centrée réduite



Exemple.

1. Soit X une variable aléatoire qui suit une loi normale $N(\mu; 10^2)$

Déterminer μ tel que : $P(X \leq 30) = 0,7$



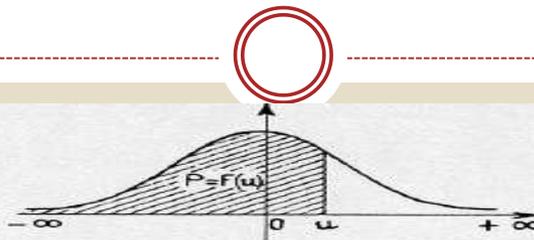
A l'aide de la table de la loi normale centrée réduite, on cherche la valeur du $\frac{30 - \mu}{10}$

Sachant que :

$$P\left(Z \leq \frac{30 - \mu}{10}\right) = 0,7$$

Chapitre 2. Variables aléatoires

Les lois continues. La loi normale centrée réduite



u	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6629	0,6667	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7290	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9779	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986

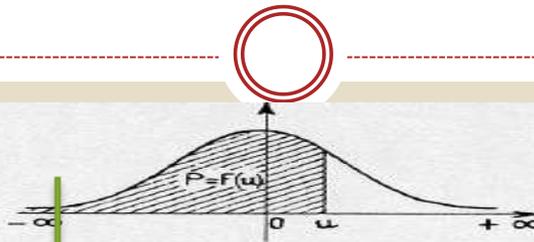
Table pour les grandes valeurs de u

u	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,8	4,0	4,5
F(u)	0,99865	0,99904	0,99931	0,99952	0,99966	0,99976	0,999841	0,999928	0,999968	0,999997

Chapitre 2. Variables aléatoires

Les lois continues. La loi normale centrée réduite

0,525



$$\frac{30 - \mu}{10} = 0,525$$

$$30 - \mu = 5,25$$

u	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6629	0,6667	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7290	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9779	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986

Table pour les grandes valeurs de u

u	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,8	4,0	4,5
F(u)	0,99865	0,99904	0,99931	0,99952	0,99966	0,99976	0,999841	0,999928	0,999968	0,999997

$$\mu = 24,75$$

Chapitre 2. Variables aléatoires

Les lois continues. La loi normale centrée réduite



$$\frac{30 - \mu}{10} = 0,525$$

$$30 - \mu = 5,25$$

$$\mu = 24,75$$

Chapitre 2. Variables aléatoires

Les variables aléatoires continues



Exemple. On considère la fonction f définie sur : par et X est une variable aléatoire de densité f .

Calculer les probabilités suivantes :

a. $P(1 \leq X \leq 2)$

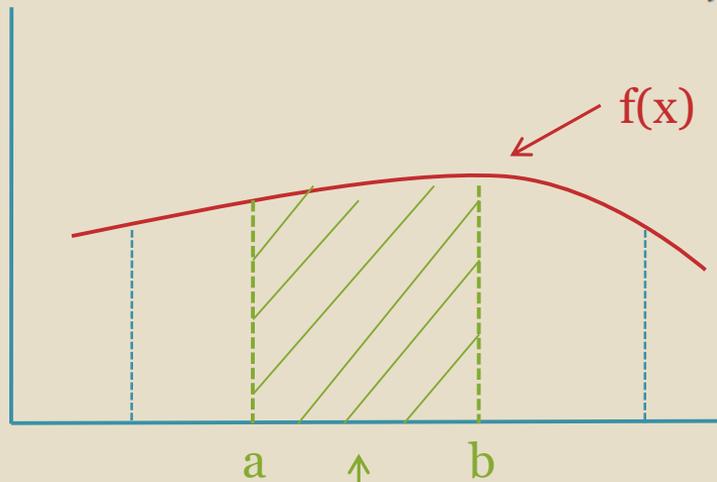
b. $P(X \geq 3)$

Chapitre 2. Variables aléatoires

Les variables aléatoires continues



a. $P(1 \leq X \leq 2)$



$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x) dx$$

$$P(1 \leq X \leq 2) = \int_1^2 e^{-x} dx$$

$$= \left[\frac{e^{-x}}{-1} \right]_1^2$$

$$= [-e^{-x}]_1^2$$

$$= [e^{-x}]_2^1$$

$$= e^{-1} - e^{-2}$$

$$= \frac{1}{e} - \frac{1}{e^2}$$

$$e^{ax} \rightarrow \frac{e^{ax}}{a}$$

$$[-f]_a^b = [f]_b^a$$

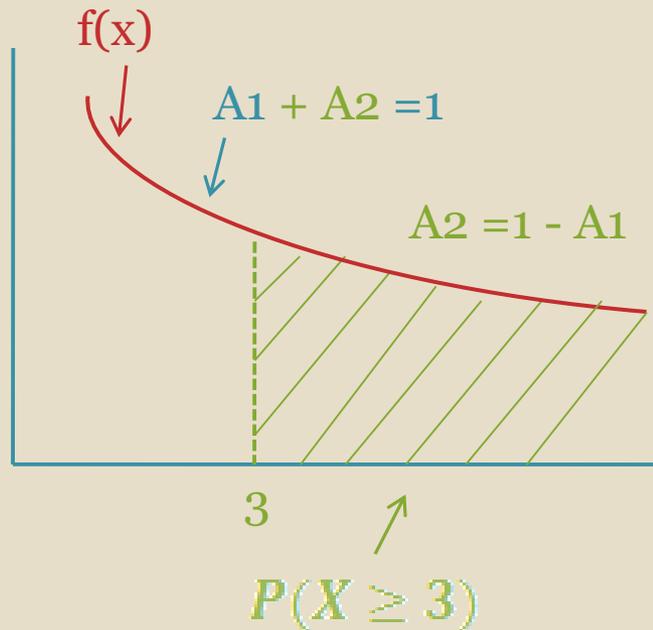
$$e^{-x} = \frac{1}{e^x}$$

Chapitre 2. Variables aléatoires

Les variables aléatoires continues



b. $P(X \geq 3)$



$$P(x \geq 3) = 1 - P(0 \leq X \leq 3)$$

$$= 1 - \int_0^3 e^{-x} dx$$

$$= 1 - \left[\frac{e^{-x}}{-1} \right]_0^3$$

$$= 1 - [-e^{-x}]_0^3$$

$$= 1 - [e^{-x}]_3^0$$

$$= 1 - (e^0 - e^1)$$

$$= 1 - \left(1 - \frac{1}{e^3} \right)$$

$$= 1 - 1 + \frac{1}{e^3}$$

$$= \frac{1}{e^3}$$