



T.D. n° 2

Une entreprise a la possibilité de produire trois biens que nous désignerons le bien 1, le bien 2 et le bien 3. Elle a besoin pour cela de quatre composants A, B, C et D qu'elle produit elle-même. Elle n'a pas de problèmes de débouchés et peut donc choisir le programme de production qui maximise son profit.

La production des biens est limitée par les capacités de production des composants qui sont respectivement, chaque semaine, de 72 unités de poids (UP) pour A, 160 UP pour B, 120 UP pour C et 210 UP pour D.

La production d'une unité du bien 1 nécessite 2 UP du composant A, 4 UP du composant B, 3 UP du composant C et 6 UP du composant D. Les chiffres correspondants pour le bien 2 sont de 1, 3, 3 et 5, et pour le bien 3: 5/4, 1, 3/2 et 3.

Les profits unitaires sont de 10 unités monétaires (UM) pour le bien 1, de 9 UM pour le bien 2 et de 5 UM pour le bien 3.

1) Formalisez le problème en termes de programmation linéaire et présentez les différents tableaux de l'algorithme primal du simplexe.

2) Commentez la (ou les) solution(s) optimale(s). Dans le cas où il y aurait plusieurs solutions de base optimales, donnez un exemple de solution optimale intermédiaire.

3) Si on produit 35 unités du bien 1, quelle quantité du bien 2 peut-on produire? Justifiez votre réponse.

4) En partant d'une situation où on produit 10 unités du bien 1 et 30 unités du bien 2, quelle est l'influence sur la production du bien 2 de la décision de produire une unité du bien 3? Justifiez votre réponse.

5) En partant d'une situation où on produit 10 unités du bien 1 et 30 unités du bien 2, quel intérêt aurait-on à modifier ce niveau de production pour produire le bien 3? Justifiez votre réponse.

6) Formalisez le problème dual et donnez-en les principaux résultats en vous contentant d'utiliser les résultats du problème primal.

7) Quel est le composant dont il faudrait en priorité accroître les capacités de production si on voulait augmenter le profit total? Justifiez votre réponse.

Corrigé:

$$\begin{aligned} \text{Max } Z &= 10x_1 + 9x_2 + 5x_3 \\ 2x_1 + x_2 + 5/4x_3 &\leq 72 \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 &\leq 160 \\ 3x_1 + 3x_2 + 3/2x_3 &\leq 120 \\ 6x_1 + 5x_2 + 3x_3 &\leq 210 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

TABLEAU 1

	x_1	x_2	x_3	t_1	t_2	t_3	t_4		
	10	9	5	0	0	0	0	0	-Z
$w_1 = 36$	2	1	5/4	1	0	0	0	72	t_1
$w_2 = 40$	4	3	1	0	1	0	0	160	t_2
$w_3 = 40$	3	3	3/2	0	0	1	0	120	t_3
$w_4 = 35$	6*	5	3	0	0	0	1	210	t_4

TABLEAU 2

	x_1	x_2	x_3	t_1	t_2	t_3	t_4		
	0	2/3	0	0	0	0	-5/3	-350	-Z
$w_1 < 0$	0	-2/3	1/4	1	0	0	-1/3	2	t_1
$w_2 < 0$	0	-1/3	-1	0	1	0	-2/3	20	t_2
$w_3 = 30$	0	1/2*	0	0	0	1	-1/2	15	t_3
$w_4 = 42$	1	5/6	1/2	0	0	0	1/6	35	x_1