Université Abdelmalek Essaadi – Tétouan
Ecole Nationale de Commerce et de Gestion de Tanger

Elément : Probabilités et statistiques (2ème année S3)
Année universitaire 2019-2020.
Ghizlan Loumrhari

Planche 1. Les ensembles, la probabilité conditionnelle, les arrangements et permutations

Problèmes sur les ensembles

1. Soit A l'ensemble des nombres entiers dont le carré est égal à 25. Montrer comment A peut être décrit.

(i) Par la méthode des propriétés
(ii) Par la méthode du dénombrement.

(i) A= $\{x \backslash x^2 = 25\}$
(ii) Puisque $x^2 = 25$ pour x=5 et x=-5, A = $\{-5,5\}$

2. Démontrer que si $A \sqsubset B$ et $B \sqsubset C$, $A \sqsubset C$

Soit x un élément de A, càd que $x \in A$. Puisque $A \sqsubset B$ chaque élément de A appartient à B et $x \in B$. De plus, comme $B \sqsubset C$, $x \in C$. donc chaque élément de A est un élément de Cet par conséquent $A \sqsubset C$

Problèmes sur la probabilité conditionnelle

3. Un dé non truqué est jeté deux fois. Quelle est la probabilité d'obtenir un 4,5 ou 6 au premier jet et un 1, 2, 3 ou 4 au second ?

Notons A : l'événement 4,5 ou 6 au premier jet, et B : l'événement 1,2,3 ou 4 au second jet. Nous cherchons alors à évaluer $P(A \cap B)$

$$P(A \cap B) = P(A)P(B \backslash A) = P(A)P(B) = \frac{3}{6} . \frac{4}{6} = \frac{1}{3}$$

Le résultat du second jet est indépendant du résultat du premier jet, ce qui implique$P(B\backslash A) = P(B)$.

4. On tire deux cartes d'un jeu de 52 cartes à jouer. Quelle est la probabilité de tirer deux as :
(i) Si la première carte tirée est replacée dans le paquet.
(ii) Si la première carte tirée, ce n'est pas replacée dans le paquet.

Soit A la probabilité de l'événement AS au premier tirage et B la probabilité de l'événement AS au second tirage. Nous cherchons alors $P(A \cap B) = P(A)P(B\backslash A)$

(i) Puisque dans le premier cas il y a 4 AS parmi les 52 cartes, $P(A) = \frac{4}{52}$. Si la première carte tirée est replacée dans le paquet avant le second tirage, $P(B\backslash A) = \frac{4}{52}$ puisqu'il y a encore 4 AS au moment du second tirage pour 52 cartes. Donc : $(A \cap B) = P(A)P(B\backslash A) = \frac{4}{52} . \frac{4}{52} = \frac{1}{169}$

(ii) Comme en (*i*), $P(A) = \frac{4}{52}$, cependant, si un as a été tiré au cours du premier essai, il n'y a plus que 51 cartes dans le paquet, donc $P(B\backslash A) = 3/51$, $(A \cap B) = P(A)P(B\backslash A) = \frac{4}{52} . \frac{3}{51} = \frac{1}{221}$

Problèmes sur les Arrangements, permutations

5. Combien y a-t-il de façons différentes de ranger en ligne 5 billes colorées.
Nombre de possibilités de ranger 5 billes en ligne : 5 != 120

6. Combien y a-t-il de façons d'asseoir 10 personnes sur un banc qui ne comporte que 4 places ?
Nombre de possibilités d'installer 10 personnes =10.9.8.7 = 5 040

7. Evaluer : (i) P_8^3, (ii) P_6^4, (iii) P_{15}^1, (iv) P_3^3
(i) $P_8^3 = 8.7.6 = 336$; (ii) $P_6^4 = 6.5.4.3 = 360$; (iii) $P_{15}^1 = 15$; (iv) $P_3^3 = 3.2.1 = 6$

8. Il faut asseoir 5 hommes et 4 femmes en ligne de manière à ce que les femmes occupent les places paires. Combien y a-t-il de possibilités de faire ?

Les hommes peuvent être assis de P_5^5 et les femmes de P_4^4 manières et chaque possibilité pour les hommes doit être associée à une possibilité pour les femmes : $P_5^5 . P_4^4$ =2880

9. Combien de nombre de 4 chiffres peut on former avec les dix chiffres : 0,1,……9 si :

(i) Les répétitions sont autorisées.
(ii) Les répétitions sont interdites.
(iii) Les répétitions sont interdites et le dernier chiffre doit être zéro.

(i) Le premier chiffre ne peut pas être que l'un de 9 (puisque le 0 n'est pas autorisé, le second, le troisième et le quatrième peuvent être l'un quelconque parmi les 10 : 9.10.10.10 =9 000 nombres peuvent être formés.

(ii) Le premier chiffre peut être l'un quelconque parmi les neuf (sauf le 0).
Le deuxième peut être l'un quelconque parmi 9 (excepté celui utilisé précédemment)
Le troisième peut être l'un quelconque parmi 8 (à l'exception de ceux déjà utilisés)
Le quatrième peut être l'un quelconque parmi 7 (à l'exception des 3 déjaà utilisés)
9.9.8.7 = 4536 nombres peuvent être formés.

(iii) Le premier chiffre peut être choisi parmi 9, le second parmi 8 et le troisième parmi 7 : 9.8.7 = 504 nombres.

10. On doit ranger sur une étagère 4 ouvrages de mathématiques différents, 6 ouvrages différents de physique et 2 livres de chimie différents. Combien y t il de rangements différents si :

(i) Les livres doivent rangés par spécialité.
(ii) Seuls les ouvrages de mathématiques doivent être rangés ensembles.

(i) Les livres de mathématiques peuvent être rangés ensemble de $P_4^4 = 4!$ façons différentes, les livres de physique de $P_6^6 = 6!$ et les livres de chimie de $P_2^2 = 2!$ et les trois groupes de P_3^3=3 ! façons différentes : 4 ! 6 ! 2 ! 3 ! = 207 360.

(ii) Considérons que les quatre ouvrages de mathématiques comme un seul gros livre. Nous avons alors 9 livres qui peuvent être rangés de $P_9^9 = 9!$ où les livres de mathématiques sont tous ensemble. Mais ceux-ci peuvent être eux même ordonnés entre eux de $P_4^4 = 4!$:

$$9!4! = 8\ 709\ 120$$

11. 5 billes rouges, 2 billes blanches et 3 billes bleues sont rangées en ligne. Si les billes d'une couleur donnée sont indiscernables, combien y t il de rangements possibles.

$$\frac{n!}{n_1!n_2!\ldots n_K!} = \frac{10!}{5!2!3!}$$