

**FASCICULE EXERCICES CORRIGES
MATHEMATIQUES FINANCIERES**

S.KAISS

TD 4 : Suite des intérêts composés

Exercice 1:

Une personne accepte que son client remplace deux effets :

- 7500 DH dans 3 ans
- 10 200 DH dans 4 ans

par un versement unique de 15 615,62 DH.

Déterminer l'échéance de ce paiement unique. Taux 10%.

Exercice 2:

Un débiteur obtient de son créancier la possibilité de se libérer de 5 dettes :

- ❖ 4800 DH payable dans un an et 2 mois
- ❖ 5200 DH payable dans un an et 7 mois
- ❖ 5300 DH payable dans 2 ans et 5 mois
- ❖ 6800 DH payable dans 3 ans et 1 mois
- ❖ 7900 DH payable dans 3 ans et 7 mois

par un paiement unique dans 2 ans

Calculez le montant de ce paiement, taux annuel 7%.

Exercice 3:

Une entreprise souhaite remplacer trois règlements :

- ❖ 15 000 DH payable dans un an
- ❖ 20 000 DH payable dans 3 ans
- ❖ 13 000 DH payable dans 5 ans

Par un règlement unique dans 7 ans. Taux annuel de 13%

- a) Calculer le montant du règlement unique
- b) Calculer le montant du règlement unique si celui-ci prévu dans 2 ans et 5 mois
- c) Quelle est l'échéance moyenne de ces trois traites.

Exercice 4:

Une personne emprunte une somme de 60 000 DH qu'il rembourse en deux paiements :

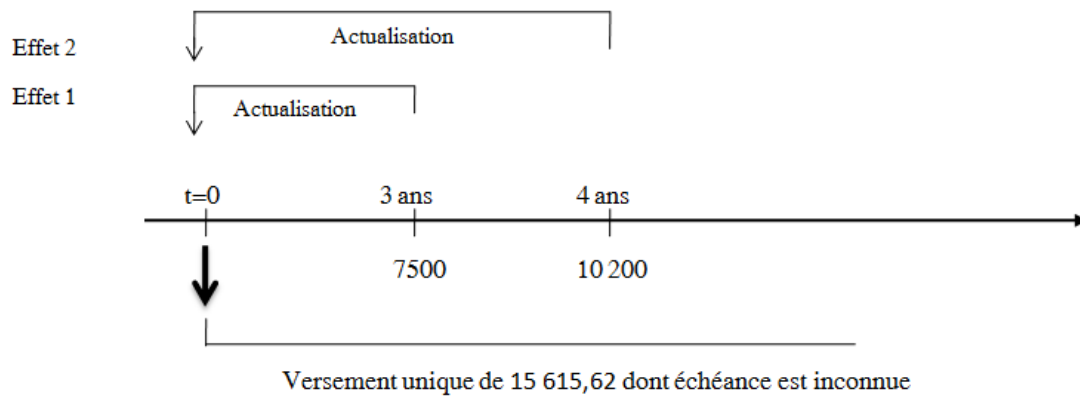
- Le premier de 30 000 DH dans un an
- Le second de 40 626 dans deux ans.

Quel est le taux de l'opération.

Corrigé TD 4: Suite des intérêts composés

Exercice 1:

Déterminer l'échéance du paiement unique



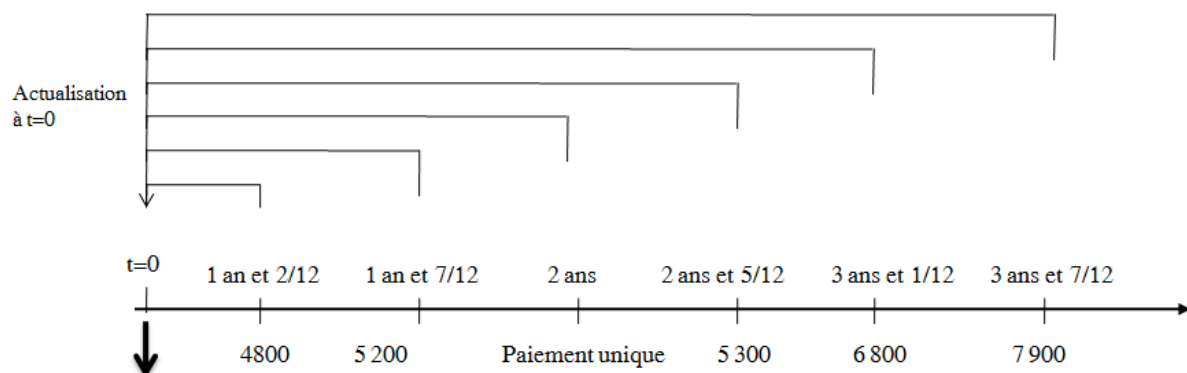
A la date d'équivalence $t=0$, l'échéance commune est telle que :

$$15\,615,6 * (1,10)^{-n} = 7500 * (1,10)^{-3} + 10200 * (1,10)^{-4}$$

On obtient : $n=2,25$, soit 2 ans et 3 mois.

Exercice 2:

Calculer le montant du paiement unique :

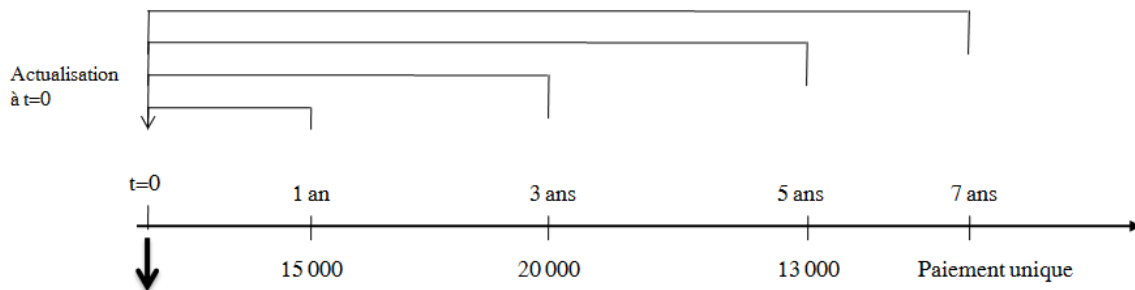


A la date d'équivalence $t=0$, l'égalité relative à l'échéance commune sera :

$$X * (1,07)^{-2} = 4800 * (1,07)^{-(1+\frac{2}{12})} + 5200 * (1,07)^{-(1+\frac{7}{12})} + 5300 * (1,07)^{-(2+\frac{5}{12})} + 6800 * (1,07)^{-(3+\frac{1}{12})} + 7900 * (1,07)^{-(3+\frac{7}{12})}$$

On obtient $X = 28\,996,63$ DH relative au montant du paiement unique

Exercice 3 :



d) Calculer le montant du règlement unique :

A la date d'équivalence $t=0$, l'égalité relative à l'échéance commune sera :

$$X * (1,13)^{-7} = 15000 * (1,13)^{-1} + 20000 * (1,13)^{-3} + 13000 * (1,13)^{-5}$$

Le montant du paiement unique est de $X = 80\,438,45$ DH

e) Calculer le montant du règlement unique si celui-ci prévu dans 2 ans et 5 mois

A la date d'équivalence $t=0$, l'égalité précédente devient:

$$X * (1,13)^{-(2+\frac{5}{12})} = 15000 * (1,13)^{-1} + 20000 * (1,13)^{-3} + 13000 * (1,13)^{-5}$$

Le montant du paiement unique devient $X = 45\,939,63$ DH

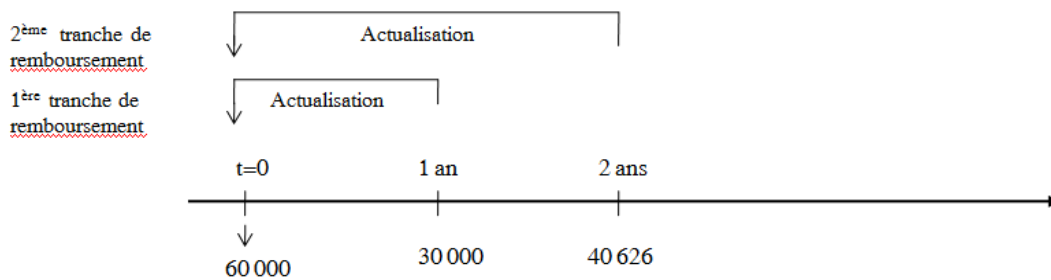
b) Quelle est l'échéance moyenne de ces 3 effets ?

$$(150000 + 20000 + 13000) * (1,13)^{-n}$$

$$= 15000 * (1,13)^{-1} + 20000 * (1,13)^{-3} + 13000 * (1,13)^{-5}$$

$n = 2,77$ ans, soit 2 ans, 9 mois et 8 jours.

Exercice 4:



A la date d'équivalence $t=0$, l'égalité relative à l'échéance commune sera :

$$60\ 000 = 30\ 000 * (1 + i)^{-1} + 40\ 626 * (1 + i)^{-2}$$

Cette équation peut être exprimée ainsi :

$$60\ 000 = 30\ 000 * (1/(1 + i))^1 + 40\ 626 * (1/(1 + i))^2$$

On pose $1/(1 + i) = X$

On obtient :

$$60\ 000 = 30\ 000 X + 40\ 626 X^2$$

==>

$$40\ 626 X^2 + 30\ 000 X + -60\ 000 = 0$$

Ou encore :

$$4,0626 X^2 + 3 X + -6 = 0$$

Il s'agit d'une équation du second degré, on calcule Δ :

$$\Delta = b^2 - 4ac = 106,5$$

Δ étant positif, deux résultats sont possibles :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ Ou encore } x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

x_1 étant négatif, à rejeter. On retient : $x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-3 + \sqrt{106,5}}{2 * 4,062} = 0,90$

On remplace dans x , on aura : $x = \frac{1}{1+i} = 0,90$

$$i = 11\%$$

TD 6 : Annuités

Exercice 1:

Calculer la valeur acquise par une suite de 12 annuités constantes de 9 700Dh Chacune au taux annuel de 9% :

- a) Au moment du dernier versement
- b) 3 ans après le dernier versement
- c) 2 ans et 5 mois après le dernier versement

Exercice 2:

Un fonctionnaire décide de se constituer à IC par une suite de versements constants et périodiques un capital de 100 000 DH (immédiatement après le dernier versement). Quel est le montant de chaque versement à effectuer dans les hypothèses suivantes :

- a. 10 annuités au taux annuel de 7%
- b. 20 semestrialités au taux semestriel de 4%
- c. 45 mensualités au taux annuel de 9%
- d. 25 trimestrialités au taux annuel de 10%

Exercice 3:

Calculez au 31/12/2014 la valeur actuelle d'une suite de 10 annuités de 22 500 DH chacune. Date du 1er versement : 31/12/2015, taux :9,25% l'an. Calculez la valeur de la même suite au 31/12/2013.

Exercice 4:

Une suite de 15 annuités est ainsi constituée :

- ❖ 5 annuités de 10 000 dh chacune,
- ❖ puis 5 annuités de 15 000 dh chacune,
- ❖ et enfin 5 annuités de 20 000 dh chacune.

Calculer la valeur acquise et la valeur actuelle de cette série d'annuités. Taux annuel : $t = 11,5\%$.

Exercice 5:

Soit une suite de 12 annuités constantes de fin de période, dont la valeur est égale à :

- 159 448,39 dh 2 ans avant le 1er versement
- 622 059,49 dh 2 ans après le dernier versement

- a) Calculer la valeur de cette suite un an avant le 1er versement.
- b) Calculer l'annuité.
- c) A quelle date peut-on remplacer la suite par un versement unique de 300 000 dh.

Exercice 6:

Une personne souhaite emprunter 50 000DH. Son budget ne lui permet pas de rembourser plus de 1200 DH par mois. Combien de mensualités faut-il prévoir dans ces conditions si le taux annuel est de 9,38% et le premier remboursement ayant lieu un mois après la mise à disposition de fonds?

Exercice 7:

Calculer la valeur acquise par 10 annuités constantes de fin de période de 10 000 dh chacune, aux taux de capitalisation suivants :

- 4,5 % pour les 4 premières années
- 5% pour les 6 dernières années

b) Calculer la valeur actuelle de ces mêmes annuités.

Exercice 8:

Calculez la valeur actuelle deux ans avant le premier versement et la valeur acquise deux ans après le dernier versement d'une suite de 12 annuités en augmentation de 15 000 DH par an, la première étant de 35 000DH. Taux de 10,5% l'an

Corrigé TD 6 : Annuités

Exercice 1 :

la valeur acquise par une suite de 12 annuités constantes de 9 700Dh Chacune au taux annuel de 9% :

d) Au moment du dernier versement:

$$Va = a \frac{(1+i)^n - 1}{i} = 9700 \frac{(1,09)^{12} - 1}{0,09} = 195\,364,98 \text{ Dh}$$

e) 3 ans après le dernier versement

$$Va = 195\,364,98(1 + 0,09)^3 = 253\,003,31 \text{ Dh}$$

f) 2 ans et 5 mois après le dernier versement

$$Va = 195\,364,98(1 + 0,09)^{(2 + \frac{5}{12})} = 240\,599,15 \text{ Dh}$$

Exercice 2 :

Le montant de chaque versement à effectuer dans les hypothèses suivantes :

$$Va = a \frac{(1+i)^n - 1}{i} \quad \text{Donc } a = Va \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

e. 10 annuités au taux annuel de 7%

$$a = Va \frac{i}{(1+i)^n - 1} = 100\,000 \frac{0,07}{(1+0,07)^{10} - 1} = 7\,237,75 \text{ Dh}$$

f. 20 semestrialités au taux semestriel de 4%

$$a = Va \frac{i}{(1+i)^n - 1} = 100\,000 \frac{0,04}{(1+0,04)^{20} - 1} = 3\,358,17 \text{ Dh}$$

g. 45 mensualités au taux annuel de 9%

$$a = Va \frac{i}{(1+i)^n - 1} = 100\,000 \frac{0,0075}{(1+0,0075)^{45} - 1} = 1\,876,52 \text{ Dh} \quad \text{Avec } 0,75\% = \frac{9\%}{12}$$

h. 25 trimestrialités au taux annuel de 10%

$$a = Va \frac{i}{(1+i)^n - 1} = 100\,000 \frac{0,025}{(1+0,025)^{25} - 1} = 2\,927,59 \text{ Dh} \quad \text{Avec } 2,5\% = \frac{10\%}{4}$$

Exercice 3 :

La valeur actuelle au 31/12/2014

$$\text{Valeur actuelle} = a \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} = 22\,500 \frac{1 - (1,0925)^{-10}}{0,0925} = 142\,821,83 \text{ Dh}$$

la valeur actuelle au 31/12/2013.

$$\text{Valeur Actuelle} = 142\,821,83 * (1 + 0,0925)^{-1} = 130\,729,36 \text{ Dh}$$

Exercice 4 :

Une suite de 15 annuités est ainsi constituée :

- ❖ 5 annuités de 10 000 dh chacune,
- ❖ puis 5 annuités de 15 000 dh chacune,
- ❖ et enfin 5 annuités de 20 000 dh chacune.

La valeur acquise :

$$\text{On sait que } Va = a \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$\text{Alors } Va = 10\,000 \left(\frac{(1,115)^5 - 1}{0,115} \right) * (1,115)^{10} + 15\,000 \left(\frac{(1,115)^5 - 1}{0,115} \right) * (1,115)^5 + 20\,000 \frac{(1,115)^5 - 1}{0,115}$$

$$\text{Ainsi } Va = 475\,210,26 \text{ Dh}$$

La valeur actuelle :

$$475\,210,26 * (1 + 0,115)^{-15} = 92\,845,91 \text{ Dh}$$

Exercice 5:

Soit une suite de 12 annuités constantes de fin de période, dont la valeur est égale à :

- 159 448,39 dh 2 ans avant le 1er versement
- 622 059,49 dh 2 ans après le dernier versement



a) La valeur de cette suite un an avant le 1er versement.

$$622\,059,49 = 159\,448,39 * (1 + i)^{15} \implies i = 9,5\%$$

$$V_0 = 159\,448,39(1 + i)^1 = 159\,448,39(1,095)^1 = 174\,595,99 \text{ Dh}$$

b) Calcul de l'annuité.

$$Va = a \frac{(1 + i)^{12} - 1}{i} = 622\,059,4 * (1,095)^{-2} = 518\,804,36 \text{ Dh}$$

Sachant que $a = Va \frac{i}{(1+i)^n - 1}$

$$\text{Application numérique } \implies a = 518\,804,36 \frac{0,095}{(1,095)^{12} - 1} = 25\,000 \text{ Dh}$$

c) A quelle date peut-on remplacer la suite par un versement unique de 300 000 dh.

Etant donné que $300\,000 = 25\,000 * 12$

$$\text{Il s'agira donc de calculer l'échéance moyenne } \implies 300\,000(1,095)^{-n} = 25\,000 \frac{1 - (1,095)^{-12}}{0,095}$$

$$\text{On aura alors : } 12(1,095)^{-n} = \frac{1 - (1,095)^{-12}}{0,095}$$

$n = 5,96$ ans, soit 5 ans, 11 mois et 16 jours.

Exercice 6:

Nombre de mensualités qu'il faut prévoir :

On sait que $Va = a \frac{(1+i)^n - 1}{i}$ avec $i = 9,38\%/12 = 0,78\%$

Applications numériques : $50\,000 = 1200 \frac{(1,0078)^n - 1}{0,0078} \Rightarrow n = 36,22 \approx 37$ mensualités

Avec 37 mensualités, on aura une mensualité égale à : $M = 1\,170$ Dh

Exercice 7:

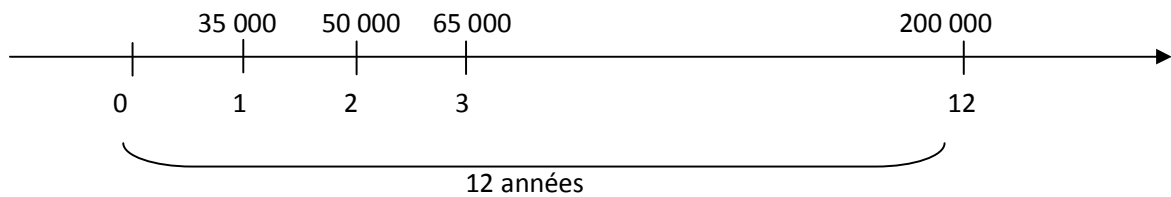
La valeur acquise :

$$Va = 10\,000 \left(\frac{(1,045)^4 - 1}{0,045} \right) * (1,05)^6 + 10\,000 \left(\frac{(1,05)^6 - 1}{0,05} \right) = 125\,350,98 \text{ Dh}$$

La valeur actuelle :

$$\text{Valeur Actuelle} = 125\,350,98 * (1 + 0,045)^{-4} * (1 + 0,05)^{-6} = 78\,438,05 \text{ Dh}$$

Exercice 8:



la valeur acquise deux ans après le dernier versement:

$$V_{12} = \left(35\,000 + \frac{15\,000}{0,105} \right) * \left(\frac{(1,105)^{12} - 1}{0,105} \right) - \frac{(15\,000 * 12)}{0,105} = 2\,205\,280,14 \text{ Dh}$$

$$V_{14} = V_{12} * (1,105)^2 = 2\,205\,280,14 * (1,105)^2 = 2\,692\,702,18 \text{ Dh}$$

la valeur actuelle deux ans avant le premier versement:

$$\text{Valeur actuelle} = 2\,205\,280,14 (1 + 0,105)^{-13} = 602\,218,58 \text{ Dh}$$

TD 7 : Emprunt indivis

Exercice 1:

Une personne emprunte une somme de 212 000 Dh et s'engage à verser pendant 4 ans à la fin de chaque année de l'emprunt l'intérêt de la dette. Sachant que l'amortissement se fait en deux temps, une moitié à la fin de la 2ème année et l'autre moitié à la fin de la 4ème année, construire le tableau d'amortissement de cet emprunt. Taux de 11%.

Exercice 2:

Un emprunt de 500 000Dh est remboursable par le versement de 6 annuités constantes avec un différé de 2 ans pendant lesquelles l'emprunteur ne verse aucune somme d'argent à l'organisme prêteur. Taux d'intérêt : 12%. Construire le tableau d'amortissement de l'emprunt considéré.

Exercice 3:

Une entreprise a emprunté auprès d'une banque un emprunt de 450 000Dh au taux de 13,5% l'an. Cet emprunt est remboursable en 6 annuités , la 1ère étant payable un an après la date du contrat.

Construire le tableau d'amortissement.

Exercice 4:

Un emprunt de 420 000Dh est remboursable en 5 annuités constantes immédiates. Taux : 11%. TVA : 10% sur les intérêts. Construire le tableau d'amortissement de cet emprunt.

1. Dans le cas des amortissements constants

Période	CDP	Intérêt	TVA	Amorti	Annuité	CFP
1	420 000,00	46 200,00	4 620,00	84 000,00	130 200,00	336 000,00
2	336 000,00	36 960,00	3 696,00	84 000,00	120 960,00	252 000,00
3	252 000,00	27 720,00	2 772,00	84 000,00	111 720,00	168 000,00
4	168 000,00	18 480,00	1 848,00	84 000,00	102 480,00	84 000,00
5	84 000,00	9 240,00	924,00	84 000,00	93 240,00	-

2. Dans le cas des annuités constantes.

Exercice 5:

Un emprunt de 134 800 Dh est remboursable en 80 mensualités constantes, la 1ère étant payable un mois après la date du contrat. On donne pour cet emprunt la 40ème ligne du tableau d'amortissement est :

Période	Capital début Période	Int	Amortissement	Mensualité
40	93 070,00	1 116,84		2 786,84

1. Sachant que l'amortissement augmente chaque mois de 30 Dh, établir les lignes n°41, 42 et 43 du tableau d'amortissement.

2. Quelle aurait été la ligne n°40 si les mensualités étaient constantes ?

Corrigé TD 7 : Emprunt indivis

Exercice 1 :

Pour les deux premières années l'emprunteur verse des intérêts d'un montant de 23 320 Dh = 212 000*0,11, et les deux dernières années, l'intérêt sera uniquement 11 660= 106 000*0,11.

Au bout de la 3ème année, la dette sera réduite à la moitié étant donné le versement de la moitié au niveau de la 2ème année. Cette dette avoisine 106 000=212 000/2.

Période	CDP	Intérêt	Amortissement	Annuité	CFP
1	212 000,00	23 320,00	-	23 320,00	188 680,00
2	212 000,00	23 320,00	106 000,00	129 320,00	106 000,00
3	106 000,00	11 660,00	-	11 660,00	94 340,00
4	106 000,00	11 660,00	106 000,00	117 660,00	-

Exercice 2 :

Construire le tableau d'amortissement de l'emprunt:

Notons qu'il faut tenir compte du différé de 2 ans. A cet effet, à un an avant le premier versement, le capital devient : 500 000*(1,12²)=627 200 Dh.

$$\text{L'annuité devient } a = Va \frac{i}{(1-(1+i)^{-n})} = 627\,200 \frac{0,12}{(1-(1,12)^{-6})} = 152\,551,17\text{Dh}$$

Le tableau d'amortissement devient comme suit :

Période	CDP	Intérêt	Amortissement	Annuité	CFP
1	500 000,00				560 000,00
2	560 000,00				627 200,00
3	627 200,00	75 264,00	77 287,17	152 551,17	549 912,83
4	549 912,83	65 989,54	86 561,63	152 551,17	463 351,20
5	463 351,20	55 602,14	96 949,03	152 551,17	366 402,17
6	366 402,17	43 968,26	108 582,91	152 551,17	257 819,26
7	257 819,26	30 938,31	121 612,86	152 552,17	136 206,40
8	136 206,40	16 344,77	136 206,40	152 553,17	0,00

Exercice 3 :

Construire le tableau d'amortissement :

$$\text{Calculons l'annuité : } a = Va \frac{i}{(1-(1+i)^{-n})} = 450\,000 \frac{0,135}{(1-(1,135)^{-6})} = 114\,140,64\text{Dh}$$

Le tableau d'amortissement sera comme suit :

Période	CDP	Intérêt	Amortissement	Annuité	CFP
1	450 000,00	60 750,00	53 390,64	114 140,64	396 609,36
2	396 609,36	53 542,26	60 598,38	114 140,64	336 010,98
3	336 010,98	45 361,48	68 779,16	114 140,64	267 231,83
4	267 231,83	36 076,30	78 064,34	114 140,64	189 167,48
5	189 167,48	25 537,61	88 603,03	114 140,64	100 564,45
6	100 564,45	13 576,20	100 564,45	114 140,64	0,00

Exercice 4 :

Construire le tableau d'amortissement de cet emprunt

1. Dans le cas des amortissements constants

Période	CDP	Intérêt	TVA	Amorti	Annuité	CFP
1	420 000,00	46 200,00	4 620,00	84 000,00	130 200,00	336 000,00
2	336 000,00	36 960,00	3 696,00	84 000,00	120 960,00	252 000,00
3	252 000,00	27 720,00	2 772,00	84 000,00	111 720,00	168 000,00
4	168 000,00	18 480,00	1 848,00	84 000,00	102 480,00	84 000,00
5	84 000,00	9 240,00	924,00	84 000,00	93 240,00	-

2. Dans le cas des annuités constantes.

$$\text{Calculons l'annuité : } = Va \frac{i}{(1-(1+i)^{-n})} = 420\,000 \frac{0,121}{(1-(1,121)^{-5})} = 116\,800,86\text{Dh}$$

Avec $i = 0,11 * 1,1 = 0,121 = 12,1\%$

Le tableau se présente comme suit :

Période	CDP	Intérêt	TVA	Amort	Annuité	CFP
1	420 000,00	46 200,00	4 620,00	65 980,86	116 800,86	354 019,14
2	354 019,14	38 942,11	3 894,21	73 964,54	116 800,86	280 054,60
3	280 054,60	30 806,01	3 080,60	82 914,25	116 800,86	197 140,34
4	197 140,34	21 685,44	2 168,54	92 946,88	116 800,86	104 193,45
5	104 193,45	11 461,28	1 146,13	104 193,45	116 800,86	0,00

Exercice 5 :

Calculons le taux d'intérêt $i=I/C=1116,84/93\ 070=0,012=1,2\%$

Les lignes n°41, 42 et 43 du tableau d'amortissement se présentent comme suit :

Période	Capital début Période	Int	Amort	Mensualité	Capital Fin Période
40	93 070,00	1 116,84	1 670,00	2 786,84	91 400,00
41	91 400,00	1 096,80	1 700,00	2 796,80	89 700,00
42	89 700,00	1 076,40	1 730,00	2 806,40	87 970,00
43	87 970,00	1 055,64	1 760,00	2 815,64	86 210,00

Calculons la mensualité $m= Va \frac{i}{(1-(1+i)^{-n})} = 134\ 800 \frac{0,012}{(1-(1,012)^{-80})} = 2\ 630,62\text{Dh}$

$$V_{39} = 2630,62 \frac{1-(1,012)^{-41}}{0,012} = 84\ 794,63\ \text{Dh}$$

Les lignes n°41, 42 et 43 si les mensualités étaient constantes se présentent comme suit :

Période	Capital début Période	Int	Amort	Mensualité	Capital Fin Période
40	84 794,63	1 017,54	1 613,08	2 630,62	83 181,55
41	83 181,55	998,18	1 643,08	2 630,62	81 538,46
42	81 538,46	978,46	1 673,08	2 630,62	79 865,38
43	79 865,38	958,38	1 703,08	2 630,62	78 162,29