



*UNIVERSITE ABDELMALEK ESSAADI*

*Ecole Nationale de Commerce et de Gestion*

*National School of Management*

Tél.: 039-31-34-87/88/89, Fax: 039-31-34-93, Adresse: B.P 1255 Tanger- Maroc

## EXAMENS CORRIGES EN

# MATHEMATIQUES FINANCIERES

Pr. Rachid MCHICH

*Enseignant chercheur à l'ENCG de Tanger*

**Département : Gestion**

**EXAMEN 1**  
**EXAMEN DE FIN DE SEMESTRE**  
**SEMESTRE D'AUTOMNE**  
**Session Normale - Janvier 2017**

---

Épreuve : Mathématiques financières  
Enseignant : Rachid MCHICH  
Niveau : 2<sup>ème</sup> année – Semestre 3  
Jour/Date : Mardi 02/01/2017 à 09h  
Durée : 2h00

---

*Les documents et téléphones portables sont interdits.  
Les exercices sont indépendants les uns des autres et ne sont pas classés par ordre de difficulté.*

**Question de cours :** (3 pts)

Définir les différents modes de remboursement d'un emprunt indivis. Expliciter la réponse.

**Exercice 1 :** (4 pts)

Un prêt de 300 000 dh est consenti, à **intérêts simples**, à un taux de  $t\%$ . Au bout de 4 mois, l'emprunteur rembourse à son prêteur 120 000 dh de capital, somme que le prêteur replace immédiatement à 9%.

Au bout d'un an (à partir de l'opération initiale) le prêteur se voit verser l'ensemble du capital et des intérêts et constate que son capital aura été finalement placé à un taux moyen égal à  $t$  ( $t - 0,8\%$ ).

- a) Calculer  $t$ .
- b) De quelle somme totale le prêteur dispose-t-il au bout d'un an ?
- c) S'il s'agissait d'intérêts précomptés, quel serait alors le taux effectif de placement ?

**Exercice 2 :** (4 pts)

(Dans cet exercice, les intérêts sont des intérêts composés. Arrondir à chaque fois les résultats)

Le 1/1/2003, M. Ali a placé 12 000 dh au taux annuel de 6% ; ensuite, le 1<sup>er</sup> de chaque mois, jusqu'au 1/12/2003 inclus, il a versé 1 500 dh.

1. Calculer les intérêts produits par ces versements le 1<sup>er</sup> janvier 2004. (Capitalisation annuelle).
2. Après le 1/12/2003, M. Ali n'effectue plus aucun mouvement sur son compte. Les intérêts sont capitalisés annuellement au 1<sup>er</sup> janvier. Déterminer la valeur acquise par ce capital le 1/1/2007.

3. M. Faouzi effectue les mêmes versements que M. Ali, mais ses intérêts sont capitalisés tous les mois au taux équivalent  $t$ . Le taux annuel étant toujours de 6%, quel est le taux mensuel équivalent  $t$ ? Quelle est la valeur acquise par le placement de M. Faouzi au 1<sup>er</sup> janvier 2004, dans ce cas.

**Exercice 3 :** (4 pts)

Une suite de 15 annuités est ainsi constituée :

1. 5 annuités de 10 000 dh chacune (taux  $t_1 = 5\%$ ),
2. puis 5 annuités de 15 000 dh chacune (taux  $t_2 = 5,5\%$ ),
3. et enfin 5 annuités de 20 000 dh chacune (taux  $t_3 = 6\%$ ).

Calculer la valeur acquise et la valeur actuelle de cette série d'annuités.

**Exercice 4 :** (5 pts)

Le compte courant et d'intérêts de M. Mahmoud a subi les opérations suivantes durant les mois de septembre, octobre et novembre 2013 :

<b>Mois</b>	<b>Libellés</b>	<b>Montant (dh)</b>	<b>Date de l'opération</b>	<b>Date de valeur</b>
<b>Septembre</b>	<b>Nouveau solde <u>créditeur</u></b>	3 000	01/09	30/08
	<b>Versement espèces</b>	12 000	09/09	09/09
	<b>Chèque à l'ordre de M. Najib</b>	11 200	10/09	08/09
	<b>Dépôt espèces</b>	6 000	14/09	15/09
	<b>Paiement facture</b>	4 000	16/09	14/09
<b>Octobre</b>	<i>Aucune opération</i>	---	---	---
<b>Novembre</b>	<b>Effets à l'encaissement</b>	13 500	15/11	17/11
	<b>Achats obligations</b>	13 500	16/11	14/11

## Examens corrigés en Mathématiques Financières

Déterminer, par la méthode hambourgeoise, le solde de M. Mahmoud au 30/11/2013, sachant que la date d'arrêté du compte est **le 30 de chaque mois** et que les conditions à appliquer sont les suivantes:

- Taux créditeur : 5% ;
- Taux débiteur : 7%,
- Commission de tenue de compte : 0,25 ‰ par mois sur le total des opérations débitrices,
- Commission de découvert : 2% par mois sur le plus fort découvert du mois.

## Corrigé EXAMEN 1 :

### Question de cours :

Les différents modes de remboursement d'un emprunt indivis :

- *Annuités constantes* : la somme à rembourser périodiquement est constante et comporte une fraction du capital emprunté et des intérêts.
- *Annuités variables (à amortissements constants)* : la somme à rembourser comprend une fraction constante du capital emprunté et des intérêts variables (en général dégressifs).
- *Remboursement in fine* : à la fin des  $n$  périodes, l'emprunteur rembourse la totalité du capital emprunté et de ses intérêts (**in fine absolu**) ou bien l'emprunteur rembourse périodiquement les intérêts à chaque période et le capital entier à la dernière période (**in fine relatif**).

### Exercice 1 : (4 pts)

Un prêt de 300 000 dh est consenti, à **intérêts simples**, à un taux de  $t\%$ . Au bout de 4 mois, l'emprunteur rembourse à son prêteur 120 000 dh de capital, somme que le prêteur replace immédiatement à 9%.

Au bout d'un an (à partir de l'opération initiale) le prêteur se voit verser l'ensemble du capital et des intérêts et constate que son capital aura été finalement placé à un taux moyen égal à  $(t - 0,8)\%$ .

a) Dans ce cas, on a :

$$\frac{300000 * t * 4}{1200} + \frac{180000 * t * 8}{1200} + \frac{120000 * 9 * 8}{1200} = \frac{300000 * (t - 0,8) * 12}{1200}$$

Et donc :  $t = 12\%$

b) On a :

$$VA = 300000 + \frac{300000 * (11,2) * 12}{1200}$$

Et donc :

$$VA = 333600 \text{ dh}$$

- c) Utiliser la formule des intérêts précomptés en remplaçant  $t$  et  $n$  par leurs valeurs respectives. Très simple à faire.

**Exercice 2 :** (4 pts)

On a

1. Les intérêts sont donnés dans ce cas par :

$$\begin{aligned} I_1 = V_n - C &= 12000(1,06) + 1500(1,06)^{\frac{11}{12}} + \dots + 1500(1,06)^{\frac{1}{12}} - 12000 - (1500 * 11) \\ &= 12000(1,06) + 1500(1,06)^{\frac{1}{12}} \frac{(1,06)^{\frac{11}{12}} - 1}{(1,06)^{\frac{1}{12}} - 1} - 12000 - (1500 * 11) \\ &= 1.209,79 \text{ dh.} \end{aligned}$$

2. Dans ce cas, la valeur acquise est donnée par :

$$VA = (I_1 + C)(1,06)^3 = 35.384,84 \text{ dh}$$

3. Le taux mensuel équivalent à 6% est donné par :

$$i_m = (1,06)^{\frac{1}{12}} - 1 = 0,0049$$

La valeur acquise est alors donnée par :

$$VA = (I_1 + C),$$

puisque'il s'agit de taux équivalents. Donc placer mensuellement ou annuellement revient à la même chose.

**Exercice 3 :** (4 pts)

Dans ce cas, on a :

a) La valeur acquise est donnée dans ce cas par :

$$\begin{aligned} V_n &= (10000 \frac{(1,05)^5 - 1}{0,05}) * (1,055)^5 (1,06)^5 + (15000 \frac{(1,055)^5 - 1}{0,055}) * (1,06)^5 + (20000 \frac{(1,06)^5 - 1}{0,06}) \\ &= 321.416,93 \text{ dh} \end{aligned}$$

b) La valeur actuelle est elle donnée par :

$$V_0 = V_n (1,06)^{-5} (1,055)^{-5} (1,05)^{-5} = 143.989,44 \text{ dh}$$

**Exercice 4 :** (5 pts)

Pour le compte courant et d'intérêts de M. Mahmoud, il faudrait faire attention aux remarques suivantes :

- ✚ Solder le compte à la fin de chaque mois, en veillant à calculer toutes les commissions à la fin de chaque mois aussi.
- ✚ Ne pas oublier de reporter le solde au début du mois suivant, avec une date de valeur correspondant au 30 du mois précédent.
- ✚ Faire aussi attention aux taux d'intérêt non réciproques.

**EXAMEN 2**  
**EXAMEN DE FIN DE SEMESTRE**  
**SEMESTRE D'AUTOMNE**  
**Session Normale - Janvier 2016**

---

Épreuve	: Mathématiques financières
Enseignant	: Rachid MCHICH
Niveau	: DENCN - 2ème année – Semestre 3
Jour/Date	: Mercredi 12/01/2016 à 15h
Durée	: 2h00

---

*Les documents et téléphones portables sont interdits.*

*Les exercices sont indépendants les uns des autres et ne sont pas classés par ordre de difficulté.*

**Questions de cours** : (4 pts)

Q1- En considérant le placement d'un capital  $C$  au taux annuel  $t$  pendant une période de  $n$  années, et en considérant des intérêts précomptés, *donner (et montrer comment on obtient) la formule du taux effectif de placement.*

Q2- Un capital est placé au taux annuel  $i$  pendant 8 ans. Capitalisation annuelle des intérêts (**intérêts composés**). Le quotient du total des intérêts produits au cours des trois premières années de placement, par le total des intérêts produits au cours des trois dernières années est de 0,635228. *Calculer le taux de placement.*

**Exercice 1** : (4 pts)

Une suite de 12 annuités est ainsi constituée :

1. 5 annuités de 10 000 dh chacune,
2. puis 2 annuités de 15 000 dh chacune,
3. et enfin 5 annuités de 20 000 dh chacune.

Sachant que le taux d'intérêt est de 5% pour les 6 premières annuités et de 6% pour les 6 dernières annuités, *calculer la valeur acquise et la valeur actuelle de cette série d'annuités.*

**Exercice 2** : (4 pts)

Un prêt de 165 000 dh est accordé. Taux 10%. Il est amortissable en 9 échéances annuelles. Les cinq premières annuités comprennent des amortissements en progression arithmétique de raison égale à 2 000 dh. Les quatre dernières annuités comprennent des amortissements en progression géométrique de raison égale à 1,1.

Sachant que la dette en début de la sixième période est de 92 820 dh, *établir alors le tableau d'amortissement complet de cet emprunt.*



**Exercice 3 :** (4 pts)

Un emprunt obligataire d'un montant de 1 000 000 dh, est réparti en 1 000 obligations d'un montant de 100 000 dh chacune et est amorti par 8 annuités constantes de fin de période. Taux d'intérêt annuel : 12%. *Présenter le tableau d'amortissement complet de cet emprunt.*

**Exercice 4 :** (4 pts)

Le compte courant et d'intérêts de M. Radi a subi les opérations suivantes durant les mois de septembre, octobre et novembre 2015 :

Mois	Libellés	Montant (dh)	Date de l'opération	Date de valeur
Septembre	Nouveau solde débiteur	3 000	01/09	30/08
	Versement espèces	18 000	09/09	09/09
	Chèque à l'ordre de M. Najib	11 200	10/09	08/09
Octobre	Aucune opération	---	---	---
Novembre	Effets à l'encaissement	13 500	15/11	17/11
	Achats obligations	13 500	16/11	14/11

Déterminer, par la méthode hambourgeoise, le solde de M. Radi au 30/11/2015, sachant que la date d'arrêté du compte est le 30 de chaque mois et que les conditions à appliquer sont les suivantes:

- Taux réciproque : 5% .

Examens corrigés en Mathématiques Financières

- Commission de tenue de compte : 0,25 ‰ par mois sur le total des opérations débitrices.
- Commission de découvert : 2% par mois sur le plus fort découvert du mois.

**Corrigé EXAMEN 2 :**

**Question de cours :**

**Q1-** Soit un capital  $C$  prêté à intérêt précompté au taux annoncé  $t$  pendant une durée de  $n$  années. Alors le taux effectif de placement est donné par :

$$t_{eff} = \frac{100 * t}{100 - tn}$$

L'intérêt procuré par cette opération est :

$$I = \frac{C * t * n}{100}$$

Comme le prêteur reçoit immédiatement cet intérêt, ceci revient à :

$$\frac{(C - \frac{Ctn}{100}) * t_{eff} * n}{100} = \frac{Ctn}{100}$$

C.à.d. :

$$t_{eff} = \frac{100 * t}{100 - tn}$$

**Q2-** On a : 
$$\frac{C(1+i)^3 - C}{C(1+i)^8 - C(1+i)^5} = 0,635228$$

En factorisant et en simplifiant par  $C(1+i)^3 - C$  on obtient :

$$i = 0,095 \quad \text{càd.} \quad t = 9,5\%$$

**Exercice 1 :**

Dans ce cas, on a :

$$\begin{aligned} V_n &= 10000 \frac{(1,05)^5 - 1}{0,05} (1,05)^5 (1,06)^6 + (15000(1,06) + 15000)(1,06)^5 + 20000 \frac{(1,06)^5 - 1}{0,06} \\ &= 236.394,27 \text{ dh} \end{aligned}$$

D'autre part,

$$\begin{aligned} V_0 &= V_n (1,06)^{-5} (1,05)^{-6} \\ &= 124355,78 \text{ dh} \end{aligned}$$

**Exercice 2:**

On a :  $c + (c + 2000) + (c + 4000) + (c + 6000) + (c + 8000) = 165000 - 92820$

Donc :  $c = 10436 \text{ dh.}$

D'autre part :  $d + d(1,1) + d(1,1)^2 + d(1,1)^3 = 92820 \text{ dh}$

Donc :  $d = 20000 \text{ dh.}$

D'où le tableau d'amortissement suivant :

<b>P</b>	<b>Dette en début de période</b>	<b>Intérêt en fin de période</b>	<b>Amortissement</b>	<b>Annuité</b>	<b>Dette restante</b>
1	165 000,00	16 500,00	10 436,00	26 936,00	154 564,00
2	154 564,00	15 456,40	12 436,00	27 892,40	142 128,00
3	142 128,00	14 212,80	14 436,00	28 648,80	127 692,00
4	127 692,00	12 769,20	16 436,00	29 205,20	111 256,00
5	111 256,00	11 125,60	18 436,00	29 561,60	92 820,00
6	92 820,00	9 282,00	20 000,00	29 282,00	72 820,00
7	72 820,00	7 282,00	22 000,00	29 282,00	50 820,00
8	50 820,00	5 082,00	24 200,00	29 282,00	26 620,00
9	26 620,00	2 662,00	26 620,00	29 282,00	0,00

**Exercice 3 :**

En faisant les calculs adéquats de l'annuité et des nombres des obligations à rembourser à chaque période, on obtient :

$$a = 20.130.284,14 \text{ dh}$$

et

$$\begin{aligned} v_1 &= 81 \\ v_2 &= 91 \\ v_3 &= 102 \\ v_4 &= 114 \\ v_5 &= 128 \\ v_6 &= 143 \\ v_7 &= 160 \\ v_8 &= 181 \end{aligned}$$

D'où le tableau d'amortissement suivant :

<b>Période</b>	<b>Dette en début de période</b>	<b>Intérêt en fin de période</b>	<b>Nbr oblg.</b>	<b>Amortissement</b>	<b>Annuité</b>	<b>Dette restante</b>
1	1000000000	12000000	81	8100000	20100000	91900000
2	91900000	11028000	91	9100000	20128000	82800000
3	82800000	9936000	102	10200000	20136000	72600000
4	72600000	8712000	114	11400000	20112000	61200000
5	61200000	7344000	128	12800000	20144000	48400000
6	48400000	5808000	143	14300000	20108000	34100000
7	34100000	4092000	160	16000000	20092000	5 916 000,00
8	18100000	2172000	181	18100000	20272000	0

**Exercice 4 :**

Ici, il faudrait établir le tableau de solde du compte à la fin de chaque mois, en y calculant les différentes commissions à la fin de chaque mois. Ne pas oublier non plus de reporter le nouveau solde au début de chaque mois, avec une date de valeur correspondant au 30 du mois précédent.

**EXAMEN 3**  
**EXAMEN DE FIN DE SEMESTRE**  
**SEMESTRE D'AUTOMNE**  
**Session Normale - Janvier 2015**

---

Épreuve : Mathématiques financières  
Enseignant : Rachid MCHICH  
Niveau : 2<sup>ème</sup> année – Semestre 3  
Jour/Date : Vendredi 09/01/2015 à 09h  
Durée : 2h00

---

*Les documents et téléphones portables sont interdits.  
Les exercices sont indépendants les uns des autres et ne sont pas classés par ordre de difficulté.*

**Question de cours :** (2 pts)

Donner la définition et les équations pour l'*échéance moyenne*.

**Exercice 1 :** (3 pts)

Un prêt de 300 000 dh est consenti, à **intérêts simples**, à un taux de  $t\%$ . Au bout de 4 mois, l'emprunteur rembourse à son prêteur 120 000 dh de capital, somme que le prêteur replace immédiatement à 9%.

Au bout d'un an (à partir de l'opération initiale) le prêteur se voit verser l'ensemble du capital et des intérêts et constate que son capital aura été finalement placé à un taux moyen égal à  $(t - 0,8)\%$ .

d) *Calculer  $t$ .*

e) *De quelle somme totale le prêteur dispose-t-il au bout d'un an ?*

**Exercice 2 :** (5 pts)

Un effet de commerce, de valeur nominale égale à 1 000 000 dh et dont la date d'échéance est le 15 janvier 2025, est escompté (vendu) le 15 janvier 2009, à **intérêts composés**, au taux annuel de 9%.

Le montant  $X$  obtenu par cette vente, est replacé le jour même, à **intérêts composés**, au taux d'intérêt annuel de 10%, jusqu'au 15 janvier 2025.

a. Calculer la valeur acquise par ce deuxième placement, à la date du 15 janvier 2025.

- b. A quelle date ce deuxième placement permettra-t-il d'acquérir le montant de 1 000 000 dh ? (arrondir à deux chiffres après la virgule).
- c. Quel prélèvement pourra-t-on effectuer (le 15 janvier 2009) sur la somme  $X$  pour obtenir une valeur acquise de 1 000 000 dh le 15 janvier 2025 ?

**Exercice 3 :** (5 pts)

Une suite de 15 annuités est ainsi constituée :

4. 5 annuités de 10 000 dh chacune (taux  $t_1 = 5\%$ ),
5. puis 5 annuités de 15 000 dh chacune (taux  $t_2 = 5,5\%$ ),
6. et enfin 5 annuités de 20 000 dh chacune (taux  $t_3 = 6\%$ ).

Calculer la valeur acquise et la valeur actuelle de cette série d'annuités.

**Exercice 4 :** (5 pts)

Un emprunt d'un montant initial de 1 000 000 dh est amorti en 8 échéances annuelles. Taux d'intérêt : 15 %. Le premier quart de la dette contractée est remboursable suivant le système des amortissements annuels constants, en 2 échéances. Les 6 dernières échéances sont faites d'annuités constantes.

*Présenter le tableau d'amortissement complet de cet emprunt.*

**Corrigé EXAMEN 3 :**

**Question de cours :** (2 pts)

On appelle échéance moyenne de plusieurs effets:  $A_1, A_2, \dots, A_k$ , l'échéance commune  $A$  de ces effets dans le cas où la valeur nominale de l'effet unique  $A$  est égale à la somme des valeurs nominales des effets remplacés; c.à.d. :

$$\begin{cases} A - \frac{A * t * n}{36000} = A_1 - \frac{A_1 * t * n_1}{36000} + A_2 - \frac{A_2 * t * n_2}{36000} + \dots + A_k - \frac{A_k * t * n_k}{36000} \\ A = A_1 + A_2 + \dots + A_k \end{cases}$$

**Exercice 1 :** (3 pts)

1. Dans ce cas, on a :

$$\frac{300000 * t * 4}{1200} + \frac{180000 * t * 8}{1200} + \frac{120000 * 9 * 8}{1200} = \frac{300000 * (t - 0,8) * 12}{1200}$$

Et donc :  $t = 12\%$

2. Au bout d'un an, le prêteur dispose de la somme suivante :

$$VA = 300000 + \frac{300000 * (1,2) * 12}{1200}$$

Et donc :

$$VA = 333600 \text{ dh}$$

**Exercice 2 :** (5 pts)

a. On a :

$$X = 1.000.000(1,09)^{-16} = 251.869,76 \text{ dh}$$

Et ainsi, la valeur acquise est donnée par :

$$VA = X(1,1)^{16} = 1.157.334,74 \text{ dh}$$



b. Dans ce cas, on a :

$$251.870(1,1)^n = 1.000.000 \text{ dh}$$

Donc :

$$n = 14,455 \text{ an } \text{ c\`a d. } \text{ fin juin 2023}$$

c. On a :

$$(X - p)(1,1)^{16} = 1.000.000 \text{ dh } \text{ c\`a d. } p = 34.240,62 \text{ dh}$$

**Exercice 3 :** (5 pts)

Dans ce cas, on a :

a) La valeur acquise est donnée dans ce cas par :

$$\begin{aligned} V_n &= (10000 \frac{(1,05)^5 - 1}{0,05}) * (1,055)^5 (1,06)^5 + (15000 \frac{(1,055)^5 - 1}{0,055}) * (1,06)^5 + (20000 \frac{(1,06)^5 - 1}{0,06}) \\ &= 321.416,93 \text{ dh} \end{aligned}$$

b) La valeur actuelle est elle donnée par :

$$V_0 = V_n (1,06)^{-5} (1,055)^{-5} (1,05)^{-5} = 143.989,44 \text{ dh}$$

**Exercice 4 :** (5 pts)

Tout d'abord, le taux trimestriel équivalent est donné par :

$$i_t = 0,0287$$

Dans ce cas, on a :

- L'amortissement des 2 premières annuités est de 100.000 dh
- L'annuité des 4 dernières annuités est de 110.281,74 dh

*D'où le tableau d'amortissement suivant :*

Période	Dettes en début de période	Intérêt en fin de période	Amortissement	Annuité	Dettes restantes
1	1 800 000,00	22 960,00	100 000,00	122 960,00	700 000,00
2	700 000,00	20 090,00	100 000,00	120 090,00	600 000,00
3	600 000,00	17 220,00	93 061,74	110 281,74	506 938,26
4	506 938,26	15 549,13	95 732,61	110 281,74	411 205,65
5	411 205,65	11 801,60	98 480,11	110 281,74	312 725,54
6	312 725,54	8 975,22	101 306,52	110 281,74	211 419,02
7	211 419,02	6 067,73	104 214,01	110 281,74	107 205,01
8	107 205,01	3 076,78	107 205,01	110 281,74	-0,02

**EXAMEN 4**  
**EXAMEN DU PREMIER SEMESTRE**  
**NIVEAU : 2<sup>ème</sup> ANNEE**

---

**Epreuve** : **Mathématiques Financières**  
**Responsable** : **M. Rachid MCHICH**

**Durée** : **2H**

**Date** : **08/01/2014**

---

*Les calculatrices (non programmables) sont autorisées.*  
*Les documents, tables financières et téléphones portables sont interdits.*  
*Les exercices sont indépendants les uns des autres et ne sont pas classés par ordre de difficulté.*

**Exercice 1** : (6 pts)

Le compte courant et d'intérêts de Mme Alia a subi les opérations suivantes durant les mois de septembre, octobre et novembre 2013 :

<b>Mois</b>	<b>Libellés</b>	<b>Montant (dh)</b>	<b>Date de l'opération</b>	<b>Date de valeur</b>
<b>Septembre</b>	<b>Nouveau solde <u>créditeur</u></b>	3 000	01/09	30/08
	<b>Versement espèces</b>	12 000	09/09	09/09
	<b>Chèque à l'ordre de M. Najib</b>	11 200	10/09	08/09
<b>Octobre</b>	<i>Aucune opération</i>	---	---	---
<b>Novembre</b>	<b>Effets à l'encaissement</b>	13 500	15/11	17/11
	<b>Achats obligations</b>	13 500	16/11	49/11

Déterminer, par la méthode hambourgeoise, le solde de Mme Alia au 30/11/2013, sachant que la date d'arrêté du compte est **le 30 de chaque mois** et que les conditions à appliquer sont les suivantes:

- Taux créditeur : 5% ;
- Taux débiteur : 7%,
- Commission de tenue de compte : 0,25 ‰ par mois sur le total des opérations débitrices,
- Commission de découvert : 2% par mois sur le plus fort découvert du mois.

**Exercice 2 :** (3 pts)

Un effet de commerce, de valeur nominale égale à 1 000 000 dh et dont la date d'échéance est le 15 janvier 2025, est escompté (vendu) le 15 janvier 2009, à **intérêts composés**, au taux annuel de 9%.

Le montant  $X$  obtenu par cette vente, est replacé le jour même, à **intérêts composés**, au taux d'intérêt annuel de 10%, jusqu'au 15 janvier 2025.

- a. Calculer la valeur acquise par ce deuxième placement, à la date du 15 janvier 2025.
- b. A quelle date ce deuxième placement permettra-t-il d'acquérir le montant de 1 000 000 dh ? (arrondir à deux chiffres après la virgule).
- c. Quel prélèvement pourra-t-on effectuer (le 15 janvier 2009) sur la somme  $X$  pour obtenir une valeur acquise de 1 000 000 dh le 15 janvier 2025 ?

**Exercice 3 :** (3 pts)

Un placement de 7 600 dh est effectué à taux variables pendant 4 ans. Ainsi, et successivement, le taux annuel est de 4,5% pendant 1 an et 2 mois, 6% pendant 1 an et 5 mois, 5,5% pendant 6 mois et 6,5% pendant les derniers mois de placement.

1. Quelle est la valeur acquise par ce capital à la fin de ce placement ? (Capitalisation annuelle. Solution commerciale).
2. Quel taux fixe faut-il utiliser pour obtenir au bout de 4 ans la même valeur acquise ?

**Exercice 4 :** (3 pts)

Une suite de 15 annuités est ainsi constituée :

- 5 annuités de 10 000 dh chacune,
- puis 5 annuités de 15 000 dh chacune,
- et enfin 5 annuités de 20 000 dh chacune.

Calculer la valeur acquise et la valeur actuelle de cette série d'annuités. Taux annuel :  $t = 11,5\%$

**Exercice 5 :** (5 pts)

Un prêt de 165 000 dh est accordé. Taux 10%. Il est amortissable en 9 échéances annuelles. Les cinq premières annuités comprennent des amortissements en progression arithmétique de raison égale à 2 000 dh. Les quatre dernières annuités comprennent des amortissements en progression géométrique de raison égale à 1,1.

Sachant que la dette au début de la sixième période est de 92 820 dh, établir alors le tableau d'amortissement complet de cet emprunt (Justifier les réponses).

**Corrigé EXAMEN 4 :****Exercice 1 :** (6 pts) Pour le compte courant et d'intérêts de Mme Alia, on a :

Date Op.	Type op.	Montants (dh)		Solde		Date val.	Jours	Intérêts	
		Débit	Crédit	D.	C.			D.	C.
1/9	N. solde C.		3 000		3 000	30/8	10		4,17
9/9	Vers. Esp.		12 000		15 000	9/9	-1		-2,08
10/9	Chq. Najib	11 200			3 800	8/9	22		11,61
							<b>Total</b>	<b>0,00</b>	<b>13,70</b>
30/9	C.T.C.	2,80						2,08	15,78
30/9	Comm. D.	0,00							
30/9	Solde C.	3 810,90							
1/10	N. solde C.		3 810,90		3 810,90	30/9	30		15,88
							<b>Total</b>		<b>15,88</b>
30/10	C.T.C	0,00							
30/10	Comm. D.	0,00							
30/10	Solde C.	3 826,78							
1/11	N. solde C.		3 826,78		3 826,78	30/10	18		9,57
15/11	Eff. Enc.		13 500		17 326,78	17/11	-3		-7,22
16/11	Ach. Oblig.	13 500			3 826,78	14/11	16		8,50
							<b>Total</b>		<b>10,85</b>
30/11	C.T.C.	3,38						7,22	18,07
30/11	Comm. D.	0,00							
30/11	Solde C.	3 834,25							

**Exercice 2 :** (3 pts)

a. On a :

$$X = 1.000.000(1,09)^{-16} = 251.869,76 \text{ dh}$$

Et ainsi, la valeur acquise est donnée par :

$$VA = X(1,1)^{16} = 1.157.334,74 \text{ dh}$$

b. Dans ce cas, on a :

$$251.870(1,1)^n = 1.000.000 \text{ dh}$$

Donc :

$$n = 14,455 \text{ an} \quad \text{càd.} \quad \text{fin juin 2023}$$

c. On a :

$$(X - p)(1,1)^{16} = 1.000.000 \text{ dh} \quad \text{càd.} \quad p = 34.240,62 \text{ dh}$$

**Exercice 3** : (3 pts)

1. La valeur acquise par ce capital à la fin du placement est donnée par :

$$\begin{aligned} V_n &= 7600(1,045)^{1+\frac{1}{6}}(1,06)^{1+\frac{5}{6}}(1,055)^2(1,065)^{\frac{11}{12}} \\ &= 9455,02 \text{ dh} \end{aligned}$$

2. Dans ce cas, on a :

$$7600(1+i)^4 = V_n$$

Donc :

$$i = 0,056 \quad \text{càd.} \quad t = 5,6\%$$

**Exercice 4 :** (3 pts)

a) La valeur acquise est donnée dans ce cas par :

$$\begin{aligned} V_n &= (10000 \frac{(1,115)^5 - 1}{0,115}) * (1,115)^{10} + (15000 \frac{(1,115)^5 - 1}{0,115}) * (1,115)^5 + (20000 \frac{(1,115)^5 - 1}{0,115}) \\ &= 475.210 \text{ dh} \end{aligned}$$

b) La valeur actuelle est, elle, donnée par :

$$V_0 = V_n (1,115)^{-15} = 92.840 \text{ dh}$$

**Exercice 5 :** (5 pts)

On a :  $c + (c + 2000) + (c + 4000) + (c + 6000) + (c + 8000) = 165000 - 92820$

Donc :  $c = 10436 \text{ dh}.$

D'autre part :  $d + d(1,1) + d(1,1)^2 + d(1,1)^3 = 92820 \text{ dh}$

Donc :  $d = 20000 \text{ dh}.$

D'où le tableau d'amortissement suivant :



<b>P</b>	<b>Dettes en début de période</b>	<b>Intérêt en fin de période</b>	<b>Amortissement</b>	<b>Annuité</b>	<b>Dettes restantes</b>
1	165 000,00	16 500,00	10 436,00	26 936,00	154 564,00
2	154 564,00	15 456,40	12 436,00	27 892,40	142 128,00
3	142 128,00	14 212,80	14 436,00	28 648,80	127 692,00
4	127 692,00	12 769,20	16 436,00	29 205,20	111 256,00
5	111 256,00	11 125,60	18 436,00	29 561,60	92 820,00
6	92 820,00	9 282,00	20 000,00	29 282,00	72 820,00
7	72 820,00	7 282,00	22 000,00	29 282,00	50 820,00
8	50 820,00	5 082,00	24 200,00	29 282,00	26 620,00
9	26 620,00	2 662,00	26 620,00	29 282,00	0,00

**EXAMEN 5**  
**EXAMEN DU PREMIER SEMESTRE**  
**NIVEAU : 2<sup>ème</sup> ANNEE**

---

**Epreuve** : **Mathématiques Financières**  
**Responsable** : **M. Rachid MCHICH**

**Durée** : **2H**

**Date** : **13/01/2011**

---

*Les calculatrices (non programmables) sont autorisées.*

*Les documents, tables financières et téléphones portables sont interdits.*

*Les exercices sont indépendants les uns des autres et ne sont pas classés par ordre de difficulté.*

**Question de cours** : (2 pts)

Donner les formules des valeurs acquise et actuelle pour des annuités de fin de période en progression géométrique de raison  $q$ .

**Exercice 1** : (4 pts)

Eléments d'aide pour solder le compte courant et d'intérêts de M. Jerry:

<b>Mois</b>	<b>Libellés</b>	<b>Montant (dh)</b>	<b>Date de l'opération</b>	<b>Date de valeur</b>
<b>janvier</b>	<b>Nouveau solde</b>	5 400	01/01	31/12
	<b>Versement espèces</b>	12 000	03/01	05/01
	<b>Virement Amendis</b>	1 200	06/01	04/01
	<b>Paiement factures</b>	18 500	08/01	06/01
	<b>Versement espèces</b>	10 000	11/01	13/01
	<b>Chèque émis</b>	8 000	15/01	14/01
	<b>Versement espèces</b>	5 000	16/01	18/01
	<b>Virement à M. Razi</b>	3 500	17/01	12/01
	<b>Paiement factures</b>	3 500	25/01	20/01

Déterminer par la méthode hambourgeoise le solde de M. Jerry au 31/01/2010, sachant que les conditions à appliquer sont :

## Examens corrigés en Mathématiques Financières

- Taux débiteur : 8 % ,
- Taux créditeur : 6 % ,
- Commission de tenue de compte : 0,25 ‰ sur le total des opérations débitrices,
- Commission de découvert : 2 % par mois sur le plus fort découvert du mois.

### **Exercice 2:** (3 pts)

M. Madi place, à intérêt composé, une somme de 20 000 dh à un taux  $i$  et une somme de 50 000 dh à un taux  $i'$ . Il dispose après 4 ans (les taux sont annuels et la capitalisation annuelle), capitaux et intérêts réunis, d'une somme totale de 109 199,13 dh.

Si le capital de 20 000 dh avait été placé au taux  $i'$  et le capital de 50 000 dh au taux  $i$ , le total des deux valeurs acquises aurait été de 112 159,56 dh.

Calculer les deux taux  $i$  et  $i'$  ?

### **Exercice 3:** (4 pts)

Pour financer un investissement, une société a le choix entre deux prêts proposés par deux banques :

**Prêt 1 (banque 1) :** Montant : 1 500 000 dh au taux annuel de 6 % sur une durée de 6 ans remboursables par annuité constante.

**Prêt 2 (banque 2) :** Montant : 1 500 000 dh au taux annuel de 7 % sur une durée de 5 ans remboursables par annuité constante.

En établissant les tableaux de remboursements pour les deux prêts, déterminer quelle est la meilleure solution pour la société ?

### **Exercice 4 :** (3 pts)

a) Calculer la valeur acquise par 10 annuités constantes de fin de période de 10 000 dh chacune, aux taux de capitalisation suivants :

- 4,5 % pour les 4 premières années
- 5% pour les 6 dernières années

b) Calculer la valeur actuelle de ces mêmes annuités.

**Exercice 5** : (4 pts)

Un emprunt d'un montant initial de 1 000 000 dh est amorti en 8 échéances annuelles. Taux d'intérêt : 15 %. La première moitié de la dette contractée est remboursable suivant le système des amortissements annuels constants, en 4 échéances. Les 4 dernières échéances sont faites d'annuités constantes.

Présenter le tableau d'amortissement complet de cet emprunt.

**Corrigé EXAMEN 5 :**

**Question de cours :** (2 pts)

La valeur acquise est donnée par :

$$V_n = \begin{cases} a \frac{(1+i)^n - q^n}{(1+i) - q} & \text{si } (1+i) \neq q \\ na(1+i)^{n-1} & \text{si } (1+i) = q \end{cases}$$

La valeur actuelle est donnée par :

$$V_0 = \begin{cases} a \frac{1 - q^n(1+i)^{-n}}{(1+i) - q} & \text{si } (1+i) \neq q \\ \frac{na}{(1+i)} & \text{si } (1+i) = q \end{cases}$$

**Exercice 1 :** (4 pts)

Quelques éléments d'aide pour solder le compte courant et d'intérêts de M. Jerry:

	op		solde			Int	
	Cred	Deb	Cred	Deb			Créd
	5400		5400		5	4,50	
	12000		17400		1		2,90
		1200	16200		2	5,40	
		18500		2300	8		4,09
	10000		7700		0	0,00	
		8000		300	4		0,27
	5000		4700		6		4,70
		3500	1200		8	1,60	
		3500		2300	11		5,62
				6,08		11,50	17,58
						3,90	9,98
comm.1				8,675			
comm.2				46			
			Solde final D.	2360,76			

**Exercice 2:** (3 pts)

On a :

$$\begin{cases} 20.000(1+i)^4 + 50.000(1+i')^4 = 109.199,13 \text{ dh} \\ 20.000(1+i')^4 + 50.000(1+i)^4 = 112.159,56 \text{ dh} \end{cases}$$

En posant :

$$\begin{cases} x = (1+i)^4 \\ y = (1+i')^4 \end{cases}$$

On obtient alors le système simple à résoudre suivant :

$$\begin{cases} 20.000x + 50.000y = 109.199,13 \text{ dh} \\ 50.000x + 20.000y = 112.159,56 \text{ dh} \end{cases}$$

D'où :

$$\begin{cases} i = 0,1125 \\ i' = 0,13 \end{cases}$$

**Exercice 3:** (4 pts)

**Tableau d'amortissement du prêt 1 (banque 1) :**

Pér.	Dette	Int.	Amort.	Ann.	Dette restante
1	1500000	90000	215043,94	305043,94	1284956,06
2	1284956,06	77097,36	227946,58	305043,94	1057009,48
3	1057009,48	63420,57	241623,37	305043,94	815386,11
4	815386,11	48923,17	256120,77	305043,94	559265,34
5	559265,34	33555,92	271488,02	305043,94	287777,32
6	287777,32	17266,64	287777,30	305043,94	0,02

**Tableau d'amortissement du prêt 2 (banque 2) :**

Pér.	Dette	Int.	Amort.	Ann.	Dette restante
1	1500000	105000	260836,04	365836,04	1239163,96
2	1239163,96	86741,48	279094,56	365836,04	960069,40
3	960069,40	67204,86	298631,18	365836,04	661438,22
4	661438,22	46300,68	319535,36	365836,04	341902,85
5	341902,85	23933,20	341902,84	365836,04	0,01

*Ainsi la valeur acquise du 1<sup>er</sup> prêt est donnée par :*

$$VA_1 = 2.127.778,64 \text{ dh}$$

*Tandis que la valeur acquise du 2<sup>ème</sup> prêt est donnée par :*

$$VA_2 = 2.103.827,58 \text{ dh}$$

*Et donc le meilleur prêt pour la société est le 2<sup>ème</sup>.*

**Exercice 4 :** (3 pts)

a) *La valeur acquise est donnée dans ce cas par :*

$$\begin{aligned} V_n &= (10000 \frac{(1,045)^4 - 1}{0,045}) * (1,05)^6 + 10000 \frac{(1,05)^6 - 1}{0,05} \\ &= 125.350,98 \text{ dh} \end{aligned}$$

b) *La valeur actuelle est, elle, donnée par :*

$$V_0 = V_n (1,05)^{-6} (1,045)^{-4} = 78.438,05 \text{ dh}$$

**Exercice 5 :** (4 pts)

*Dans ce cas, on a :*

- *L'amortissement des 4 premières annuités est de 125 000 dh*
- *L'annuité des 4 dernières annuités est de 175 132,68 dh*

D'où le tableau d'amortissement suivant :

<b>Période</b>	<b>Dettes en début de période</b>	<b>Intérêt en fin de période</b>	<b>Amortissement</b>	<b>Annuité</b>	<b>Dettes restantes</b>
1	1 000 000,00	150 000,00	125 000,00	275 000,00	875 000,00
2	875 000,00	131 250,00	125 000,00	256 250,00	750 000,00
3	750 000,00	112 500,00	125 000,00	237 500,00	625 000,00
4	625 000,00	93 750,00	125 000,00	218 750,00	500 000,00
5	500 000,00	75 000,00	100 132,68	175 132,68	399 867,32
6	399 867,32	59 980,10	115 152,58	175 132,68	284 714,74
7	284 714,74	42 707,21	132 425,47	175 132,68	152 289,27
8	152 289,27	22 843,39	152 289,29	175 132,68	-0,02



**EXAMEN 6**  
**EXAMEN DE RATTRAPAGE (S3)**

16/02/2016

---

Épreuve : Mathématiques financières  
Enseignant : Rachid MCHICH  
Durée : 1h15

---

*Les documents et téléphones portables sont interdits.*

*Les exercices sont indépendants les uns des autres et ne sont pas classés par ordre de difficulté.*

**Exercice 1 :** (5 pts)

Une suite de 12 annuités est ainsi constituée :

1. 5 annuités de 10 000 dh chacune,
2. puis 2 annuités de 15 000 dh chacune,
3. et enfin 5 annuités de 20 000 dh chacune.

Sachant que le taux d'intérêt est de 5% pour les 6 premières annuités et de 6% pour les 6 dernières annuités, *calculer la valeur acquise et la valeur actuelle de cette série d'annuités.*

**Exercice 2 :** (5 pts)

Un prêt de 300 000 dh est consenti, à **intérêts simples**, à un taux de  $t\%$ . Au bout de 4 mois, l'emprunteur rembourse à son prêteur 120 000 dh de capital, somme que le prêteur replace immédiatement à 9%.

Au bout d'un an (à partir de l'opération initiale) le prêteur se voit verser l'ensemble du capital et des intérêts et constate que son capital aura été finalement placé à un taux moyen égal à  $(t - 0,8)\%$ .

d) *Calculer  $t$ .*

e) *De quelle somme totale le prêteur dispose-t-il au bout d'un an ?*

**Exercice 3 :** (6 pts) (*Intérêts simples*)

L'achat d'un appareil électroménager peut être réglé de l'une des deux façons suivantes :

🚩 *1<sup>ère</sup> modalité :* règlement du prix comptant : 9 420 dh.

🚩 *2<sup>ème</sup> modalité :* versement de 3 000 dh le jour de l'achat et paiement de 12 traites mensuelles de 600 dh chacune. La 1<sup>ère</sup> traite devant être payée un mois après l'achat.

a) En écrivant l'équivalence des deux modalités de règlement le jour de l'achat, *calculer le taux du crédit accordé à l'acheteur.*

**b)** L'acheteur propose de verser 3 000 dh le jour de l'achat et de remplacer les 12 traites par un versement unique de 7 200 dh. *Calculer, aux mêmes conditions de taux, l'époque à laquelle il doit effectuer ce règlement.*

**c)** Finalement, la modalité suivante est retenue : versement de 4 680 dh le jour de l'achat et paiement du reste par trois règlements dont les montants sont  $x$  (payable dans 4 mois),  $2x$  (payable dans 8 mois) et  $3x$  (payable dans 12 mois). *Calculer alors, aux mêmes conditions d'équivalence mais au taux de 12 %, le montant de chacun de ces trois règlements.*

**Exercice 4 :** (4 pts)

Un emprunt obligataire d'un montant de 100 000 000 dh, est réparti en 1 000 obligations d'un montant de 100 000 dh chacune et est amorti par 8 annuités constantes de fin de période. Taux d'intérêt annuel: 12 %. *Présenter le tableau d'amortissement complet de cet emprunt.*

**Corrigé EXAMEN 6 :**

**Exercice 1 :**

*Dans ce cas, on a :*

$$V_n = 10000 \frac{(1,05)^5 - 1}{0,05} (1,05)^5 (1,06)^6 + (15000(1,06) + 15000)(1,06)^5 + 20000 \frac{(1,06)^5 - 1}{0,06}$$
$$= 236.394,27 \text{ dh}$$

*D'autre part,*

$$V_0 = V_n (1,06)^{-6} (1,05)^{-6}$$
$$= 124.355,78 \text{ dh}$$

**Exercice 2 :**

3. *Dans ce cas, on a :*

$$\frac{300000 * t * 4}{1200} + \frac{180000 * t * 8}{1200} + \frac{120000 * 9 * 8}{1200} = \frac{300000 * (t - 0,8) * 12}{1200}$$

*Et donc :*  $t = 12\%$

4. *Au bout d'un an, le prêteur dispose de la somme suivante :*

$$VA = 300000 + \frac{300000 * (11,2) * 12}{1200}$$

*Et donc :*

$$VA = 333600 \text{ dh}$$

**Exercice 3 :**

a) *Dans ce cas, on a :*

$$9420 = 3000 + (600 - \frac{600 * t * 1}{1200}) + \dots + (600 - \frac{600 * t * 12}{1200})$$

Et donc

$$t = 20\%$$

b) On est dans le cas de l'échéance moyenne, donc on a :

$$9420 = 3000 + 7200 - \frac{7200 * 20 * m}{1200}$$

Et donc

$$m = 6,5 \text{ mois}$$

c) On a :

$$9420 = 4680 + (x - \frac{x * 12 * 4}{1200}) + (2x - \frac{2x * 12 * 8}{1200}) + (3x - \frac{3x * 12 * 12}{1200})$$

Et donc

$$x = 871,32 \text{ dh}$$

**Exercice 4 :**

a) Dans ce cas, on a :

$$a = 20.130.284,14 \text{ dh}$$

et

$$v_1 = 81$$

$$v_2 = 91$$

$$v_3 = 102$$

$$v_4 = 114$$

$$v_5 = 128$$

$$v_6 = 143$$

$$v_7 = 160$$

$$v_8 = 181$$

*D'où le tableau d'amortissement suivant :*

<b>Période</b>	<b>Dettes en début de période</b>	<b>Intérêt en fin de période</b>	<b>Nbr oblg.</b>	<b>Amortissement</b>	<b>Annuité</b>	<b>Dettes restantes</b>
1	100000000	12000000	81	8100000	20100000	91900000
2	91900000	11028000	91	9100000	20128000	82800000
3	82800000	9936000	102	10200000	20136000	72600000
4	72600000	8712000	114	11400000	20112000	61200000
5	61200000	7344000	128	12800000	20144000	48400000
6	48400000	5808000	143	14300000	20108000	34100000
7	34100000	4092000	160	16000000	20092000	181000,00
8	18100000	2172000	181	18100000	20272000	0

**EXAMEN 7**  
**EXAMEN DE FIN DE SEMESTRE**  
**NIVEAU : 2<sup>ème</sup> ANNEE (S3)**

---

**Epreuve** : Mathématiques Financières  
**Responsable** : M. Rachid MCHICH  
**Durée** : 2H

**Date** : 23/01/2012

---

*Les calculatrices (non programmables) sont autorisées.*

*Les documents, tables financières et téléphones portables sont interdits.*

*Les exercices sont indépendants les uns des autres et ne sont pas classés par ordre de difficulté.*

**Question de cours :**

Donner les formules des valeurs acquise et actuelle pour des annuités de début de période en progression géométrique de raison  $q$ .

**Exercice 1 :** (Dans cet exercice, les intérêts sont des intérêts composés. Arrondir à chaque fois les résultats)

Le 1/1/2003, M. Remmali a placé 12 000 dh au taux annuel de 6% ; ensuite, le 1<sup>er</sup> de chaque mois, jusqu'au 1/12/2003 inclus, il a versé 1 500 dh.

4. Calculer les intérêts produits par ces versements le 1<sup>er</sup> janvier 2004.
5. Après le 1/12/2003, M. Remmali n'effectue plus aucun mouvement sur son compte. Les intérêts sont capitalisés annuellement au 1<sup>er</sup> janvier. Déterminer la valeur acquise par ce capital le 1/1/2007.
6. M. Razi effectue les mêmes versements que M. Remmali, mais ses intérêts sont capitalisés tous les mois au taux équivalent  $t$ . Le taux annuel étant toujours de 6%, quel est le taux mensuel équivalent  $t$ ? Quelle est la valeur acquise par le placement de M. Razi au 1<sup>er</sup> janvier 2004, dans ce cas.

**Exercice 2:**

Deux capitaux  $x$  et  $y$  dont le montant total s'élève à 80 000 dh sont placés le même jour, pour une durée de 6 ans, à intérêt composé.

Le capital  $x$  est placé au taux annuel de 8 % ; capitalisation annuelle des intérêts.

Le capital  $y$  est placé au taux semestriel de 3,75 % ; capitalisation semestrielle des intérêts.

A l'expiration des 6 années, le total des intérêts produits s'élève à 46 007,32 dh.

Calculer  $x$  et  $y$ .

**Exercice 3:**

Un emprunt obligataire d'un montant nominal égal à 15 000 000 dh composé de 15 000 obligations de 1 000 dh chacune est remboursable en 10 ans. Les intérêts sont calculés annuellement au taux de 9%. Les annuités sont constantes.

1. Dresser le tableau d'amortissement.
2. Déterminer le nombre d'obligations amorties lors du 4<sup>ème</sup> tirage.
3. Déterminer l'emprunt restant dû après le 7<sup>ème</sup> amortissement.
4. Déterminer la valeur des coupons lors du dernier tirage.

**Exercice 4:**

Deux capitaux  $x$  et  $y$  dont le montant total s'élève à 80 000 dh sont placés le même jour, pour une durée de 6 ans, à intérêt composé.

Le capital  $x$  est placé au taux annuel de 8 % ; capitalisation annuelle des intérêts.

Le capital  $y$  est placé au taux semestriel de 3,75 % ; capitalisation semestrielle des intérêts.

A l'expiration des 6 années, le total des intérêts produits s'élève à 46 007,32 dh.

Calculer  $x$  et  $y$ .

**Exercice 5 :**

Un prêt de 165 000 dh est accordé. Taux 10%. Il est amortissable en 9 échéances annuelles. Les cinq premières annuités comprennent des amortissements en progression arithmétique de raison égale à 2 000 dh. Les quatre dernières annuités comprennent des amortissements en progression géométrique de raison égale à 1,1.

Sachant que la dette au début de la sixième période est de 92 820 dh, établir alors le tableau d'amortissement complet de cet emprunt (Justifier les réponses).

**Corrigé EXAMEN 7 :**

**Question de cours :**

La valeur acquise est donnée par :

$$V_n = \begin{cases} a(1+i) \frac{(1+i)^n - q^n}{(1+i) - q} & \text{si } (1+i) \neq q \\ na(1+i)^n & \text{si } (1+i) = q \end{cases}$$

La valeur actuelle est donnée par :

$$V_0 = \begin{cases} a(1+i) \frac{1 - q^n(1+i)^{-n}}{(1+i) - q} & \text{si } (1+i) \neq q \\ na & \text{si } (1+i) = q \end{cases}$$

**Exercice 1 :**

On a

1. Les intérêts sont donnés dans ce cas par :

$$\begin{aligned} I_1 = V_n - C &= 12000(1,06) + 1500(1,06)^{\frac{11}{12}} + \dots + 1500(1,06)^{\frac{1}{12}} - 12000 - (1500 * 11) \\ &= 12000(1,06) + 1500(1,06)^{\frac{1}{12}} \frac{(1,06)^{\frac{11}{12}} - 1}{(1,06)^{\frac{1}{12}} - 1} - 12000 - (1500 * 11) \\ &= 1.209,79 \text{ dh.} \end{aligned}$$

2. Dans ce cas, la valeur acquise est donnée par :

$$VA = (I_1 + C)(1,06)^3 = 35.384,84 \text{ dh}$$



3. Le taux mensuel équivalent à 6% est donné par :

$$i_m = (1,06)^{\frac{1}{12}} - 1 = 0,0049$$

La valeur acquise est alors donnée par :

$$VA = (I_1 + C),$$

puisque'il s'agit de taux équivalents. Donc placer mensuellement ou annuellement revient à la même chose.

**Exercice 2:**

Dans ce cas, on a :

$$\begin{cases} x + y = 80.000 \text{ dh} \\ x(1,08)^6 + y(1,0375)^{12} - (x + y) = 46.007,32 \text{ dh} \end{cases}$$

et ainsi on obtient :

$$\begin{cases} x = 50.000 \text{ dh} \\ y = 30.000 \text{ dh} \end{cases}$$

**Exercice 3:**

1. le tableau d'amortissement peut être dressé comme suit :

Période	Dettes (en Kdh)	Intérêt en fin de période	Nbr oblig.	Amort. (en Kdh)	Annuité	Dettes (en Kdh)
1	15 000	1 350 000	987	987	2 337 000	14 013
2	14 013	1 261 170	1076	1076	2 337 170	12 937
3	12 937	1 164 330	1173	1173	2 337 330	11 764
4	11 764	1 058 760	1279	1279	2 337 760	10 485
5	10 485	943 650	1394	1394	2 337 650	9 091
6	9 091	818 190	1519	1519	2 337 190	7 572
7	7 572	681 480	1656	1656	2 337 480	5 916
8	5 916	532 440	1805	1805	2 337 440	4 111
9	4 111	369 990	1967	1967	2 336 990	2 144
10	2 144	192 960	2144	2144	2 336 960	0

2. Nombre d'obligations amorties lors du 4<sup>ème</sup> tirage = 4515 obligations.

3.  $R_p = 5.916.000$  dh.

4. La valeur du coupon est donnée par :

$$c = \frac{192.960}{2144} = 90 \text{ dh.}$$

**Exercice 4:**

1. La valeur acquise par ce capital à la fin du placement est donnée par :

$$\begin{aligned} V_n &= 7600(1,045)^{1+\frac{1}{6}}(1,06)^{1+\frac{5}{6}}(1,055)^2(1,065)^{\frac{11}{12}} \\ &= 9455,02 \text{ dh} \end{aligned}$$

2. Dans ce cas, on a :

$$7600(1+i)^4 = V_n$$

Donc :

$$i = 0,056 \quad \text{càd.} \quad t = 5,6\%$$

**Exercice 5 :**

On a :  $c + (c + 2000) + (c + 4000) + (c + 6000) + (c + 8000) = 165000 - 92820$

Donc :  $c = 10436 \text{ dh.}$

D'autre part :  $d + d(1,1) + d(1,1)^2 + d(1,1)^3 = 92820 \text{ dh}$

Donc :  $d = 20000 \text{ dh.}$

D'où le tableau d'amortissement suivant :

<b>P</b>	<b>Dette en début de période</b>	<b>Intérêt en fin de période</b>	<b>Amortissement</b>	<b>Annuité</b>	<b>Dette restante</b>
1	165 000,00	16 500,00	10 436,00	26 936,00	154 564,00
2	154 564,00	15 456,40	12 436,00	27 892,40	142 128,00
3	142 128,00	14 212,80	14 436,00	28 648,80	127 692,00
4	127 692,00	12 769,20	16 436,00	29 205,20	111 256,00
5	111 256,00	11 125,60	18 436,00	29 561,60	92 820,00
6	92 820,00	9 282,00	20 000,00	29 282,00	72 820,00
7	72 820,00	7 282,00	22 000,00	29 282,00	50 820,00
8	50 820,00	5 082,00	24 200,00	29 282,00	26 620,00
9	26 620,00	2 662,00	26 620,00	29 282,00	0,00

**EXAMEN DE FIN DE SEMESTRE**  
**SEMESTRE D'AUTOMNE**  
**Session Normale - Décembre 2018**

---

Épreuve : Mathématiques financières  
Enseignant : Rachid MCHICH  
Niveau : 2<sup>ème</sup> année – Semestre 3  
Jour/Date : Mercredi 19/12/2018 à 15h  
Durée : 2h00

---

*Les documents et téléphones portables sont interdits.  
Les exercices sont indépendants les uns des autres et ne sont pas classés par ordre de difficulté.*

**Exercice 1 :** (6 pts)

1. Un prêt de 80 000 dh est placé, à **intérêts simples**, à un taux de  $t\%$ . Au bout de 2 ans, le prêteur retire capital et intérêt et replace le tout à intérêt simple, à un taux  $(t+2)\%$ . Trois ans après ce nouveau placement, le prêteur dispose (capital et intérêt compris) de 130 560 dh. *Calculer  $t$ .*
2. On considère un **prêt à intérêt précompté** de 55 000 dh, sur 30 jours au taux d'intérêt annuel de 8%. *Calculer le taux effectif de ce placement.*
3. On considère un emprunt indivis d'un montant de 200 000 dh, remboursable sur 5 ans au taux d'intérêt de 7%. *Etablir le tableau d'amortissement :*
  - dans le cas d'un remboursement **in fine relatif** ;
  - dans le cas d'un remboursement **in fine absolu**.

**Exercice 2 :** (5 pts)

1. Un capital est placé au taux annuel  $i$  pendant 8 ans. Capitalisation annuelle des intérêts (**intérêts composés**). Le quotient du total des intérêts produits au cours des trois premières années de placement, par le total des intérêts produits au cours des trois dernières années est de 0,635228. *Calculer le taux de placement.*
2. Une suite de 12 annuités est ainsi constituée :
  - 5 annuités de 10 000 dh chacune,
  - puis 2 annuités de 15 000 dh chacune,
  - et enfin 5 annuités de 20 000 dh chacune.Sachant que le taux d'intérêt est de 5% pour les 6 premières annuités et de 6% pour les 6 dernières annuités, *calculer la valeur acquise et la valeur actuelle de cette série d'annuités.*

**Exercice 3 :** (4 pts)

Soit une suite de 12 annuités constantes de fin de période, dont la valeur est égale à :

- 159 448,39 dh 2 ans avant le 1<sup>er</sup> versement
- 622 059,49 dh 2 ans après le dernier versement

- a) *Calculer la valeur de cette suite un an avant le 1<sup>er</sup> versement.*
- b) *Calculer l'annuité.*
- c) *A quelle date peut-on remplacer toute la suite d'annuités par un versement unique de 300 000 dh ?*

**Exercice 4 :** (5 pts)

Un emprunt obligataire dont le nombre d'obligations émises est de 50 000, et la valeur nominale de chaque obligation est de 100 dh, est remboursable par 12 annuités constantes. Taux d'intérêt : 8,5%.

1. *Calculer l'annuité a.*
2. *Etablir le tableau d'amortissement.*
3. *Calculer la valeur des coupons lors du dernier tirage.*