



EXAMENS DE FIN DE SEMESTRE  
SESSION D'AUTOMNE  
Session Normale – Décembre 2019

Epreuve : Mathématiques  
Responsable : Pr. Mohammed Ghanim  
Niveau : première année ENCGT (S1)  
Jour /Date : Le Mercredi 25 /12 /2019 à 9 heures  
Durée : 2 heures

Aucun document n'est autorisé  
La calculatrice non programmable est autorisée

**Exercice1 :** Question de Cours (1 points)

Montrer que :  $\forall x, y \in \mathbb{R} \quad ||x| - |y|| \leq |x - y|$

**Exercice2 :** Question de TD (2 points)

Calculer, en utilisant la règle de L'Hôpital, la limite suivante :  $\lim_{r \rightarrow 2} \left( \frac{1}{\ln(r-1)} - \frac{1}{r-2} \right)$

**Exercice3 :** Optimisation sans contrainte (4 points)

Etudier les extremums, s'ils existent, de la fonction de deux variables :  $f(x, y) = x^2y - xy$

**Exercice4 :** suites (5 points)

Soit la suite définie par 
$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \sqrt{6 - u_n} \end{cases}$$

(1) Montrer que :  $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad u_n - 2 = \frac{2 - u_{n-1}}{2 + \sqrt{6 - u_{n-1}}}$  avec :  $2 + \sqrt{6 - u_{n-1}} \geq 2$ .

(2) En déduire :  $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad |u_n - 2| \leq \frac{1}{2} |u_{n-1} - 2|$ .

(3) En déduire :  $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad \forall k \in \{1, 2, \dots, n\} \quad |u_n - 2| \leq \frac{1}{2^k} |u_{n-k} - 2|$ .

(4) Que peut on avoir pour  $k = n$ ?

(5) En déduire la limite de la suite  $u_n$

**Problème :** Etude de fonctions (8 points)

Considérons la fonction numérique d'une seule variable définie par :  $f(x) = \ln \left( \left| \frac{x-1}{x+1} \right| \right)$

(1) Déterminer  $D_f$  (2) Calculer les limites aux bords de  $D_f$  (3) Etudier les branches infinies et déterminer les asymptotes s'elles existent (4) Calculer la dérivée  $f'(x)$  (5) Dresser la tableau de variation (6) Déterminer la tangente au point  $x = 2$  (7) Montrer que l'équation  $\ln \left( \left| \frac{x-1}{x+1} \right| \right) = x - 1$  admet une solution dans  $[0, \frac{1}{2}]$  (8) Tracer la courbe de la fonction  $f$ .

Bon courage et bonne chance.