**Université Abdelmalek Essaadi – Tétouan**

Ecole Nationale de Commerce et de Gestion de Tanger

Elément : Probabilités et statistiques (2ème année S3)

Année universitaire 2023-2024.

*Ghizlan Loumrhari*

 **Les variables aléatoires, l’espérance mathématique et la variance**

**Exercice 1.** On lance un dé non pipé et on note $X$ la variable aléatoire représentant le résultat du lancer. Calculer la moyenne et la variance associées à cette expérience.

**Exercice 2.** Soit $X$ une variable aléatoire normale de moyenne $μ$ et d’écart-type $σ$ et soient $X\_{1},X\_{2},…X\_{n}$, $n$ variables aléatoires indépendantes copies de la variable aléatoire modèle $X$. On définit les variables aléatoires suivantes :

$Y=\sum\_{i=1}^{n}\left(\frac{X\_{i}-\overbar{X}\_{n}}{σ}\right)^{2}$ et $Z=\sum\_{i=1}^{n}\left(\frac{X\_{i}-μ}{σ}\right)^{2}$

où $\overbar{X}\_{n}$ est la moyenne échantillonnale de $X$.

Quelles sont les lois suivies par les variables aléatoires $Y$ et $Z$. Justifier votre réponse en quelques phrases.

**Exercice 3.** On suppose que le temps nécessaire pour apprendre les fondements d’une langue chez les adultes est de 12 mois avec un écart-type de 2,5 mois.

Quelle est la proportion d’adultes capables de maitriser les fondements d’une langue en moins de 9 mois ?

**Exercice 4.** Les tests de QI sont conçus de façon à ce que la répartition des QI suive la loi normale N(100;225)

On considère qu'un individu est surdoué s'il fait partie des 5% de la population ayant le QI le plus élevé. A partir de quel QI est-on considéré comme surdoué?

**Exercice 5.** Une étude a permis de révéler que le score d'un candidat lors d'un test, peut être modélisé par une variable aléatoire X qui suit une loi normale d'écart-type 20.
Dans chaque cas, Déterminer l'espérance μ.

(i) 80 % des candidats ont un score inférieur à 60 points.

(ii) 30 % des candidats ont un score supérieur à 70 points.

**Exercice 6.** Un petit pont en bois supporte un poids maximal de 3600 kg. Dans une population utilisant ce pont, le poids des individus est une variable aléatoire de moyenne 60 kg et d’écart-type 10 kg. Soit $S\_{n}$ une variable aléatoire représentant le poids total de $n$ individus. On demande de :

1. calculer la probabilité que 58 personnes puissent traverser le pont en même temps sans problèmes ;