**Université Abdelmalek Essaadi – Tétouan**



Ecole Nationale de Commerce et de Gestion de Tanger

Adresse : B.P. 1255 Tanger Principal – Maroc

Tel : 05 39 31 34 87/88/89 Fax : 05 39 31 34 93

**Examen de fin de semestre**

Semestre d’automne

Session normale – Décembre 2019

Epreuve : Probabilités et statistiques

Enseignant : *Ghizlan Loumrhari*

Niveau : 2ème année - S3

Jour/Date : Jeudi 26 décembre 2019 à 15H

Durée : 2H

**Question 1 (3 points).** Soient X1, X2,…..Xn une suite de n variables aléatoires normales et soit S : la somme X1+ …..Sous quelles conditions S suit une loi normale ? Justifiez votre réponse.

**Réponse 1 :** voir cours (partie Variables aléatoires continues)

**Question 2 (3 points).** Une variable de loi binomiale a une espérance égale à 10 et une variance égale à 8. Calculer les paramètres de cette loi ?

**Réponse 2 :**

n =50 ; p=1/5

**Question 3 (3 points).** Un sac en plastique contient 3 billes rouges et 2 billes bleues, et un sac en tissu contient 2 billes rouges et 8 billes bleues. On lance une pièce de monnaie. Si le résultat est face, on tire une bille du sac en plastique, si le résultat est pile, on tire une bille du sac en tissu. Quelle est la probabilité de tirer une bille rouge ?

**Réponse 3 :** Soit R « tirage d’une bille rouge », dans la mesure où le tirage d’une bille rouge peut intervenir quelle que soit le sac choisi. La probabilité de tirer une bille rouge est alors :

P(R) = P(S P)P(R\SP)+P(ST)P(R\ST)=(1/2)(3/3+2)+(1/2)(2/2+8)=2/5

**Question 4 (3 points).** On lance un dé standard à 6 faces non pipé 100 fois indépendamment les unes des autres. Déterminez l’espérance et la variance du nombre de fois qu’on obtiendra la face sur laquelle il y a 6 points.

**Réponse 4 :** X suit une loi binomiale

E(X) =50/3 ; V(X) = 125/9

**Question 5 (8 points).** Une entreprise promet de livrer ses clients les 20 jours ouvrables suivant la réception de la commande. Cependant, les livraisons suivent en réalité une distribution normale avec une moyenne de 16 jours et un écart type de 2,5 jours.

1. Quel pourcentage de clients reçoivent leurs commandes en retard ?

**Réponse (a) :** $P(x>20=P\left(Z>\frac{20-16}{2,5}\right)=1-P(Z<\frac{20-16}{2,5})$

$$P(x>20=1-P\left(Z<1,6\right)=1-0,9452=0,0548$$

1. Quel pourcentage de clients reçoivent leur commande dans les 10 à 15 jours suivant la passation de la commande ?

**Réponse (b) :** $P\left(10<X<15\right)=P\left(X<15\right)-P\left(X<10\right)$

$$ = P(Z<\left(\frac{15-16}{2,5}\right)-(\frac{10-16}{2,5})$$

$$=P\left(X<-0,4\right)-P(X<-2,4)$$

$$=1-P\left(Z<0,4\right)-(1-P(Z<2,4)$$

$$=-P\left(Z<0,4\right)+P(Z<2,4)$$

$$=-0,6554+0,9918$$

$$=0,3364$$

1. À combien de jours doit-on ajuster la promesse de livraison si seulement 3 % des commandes sont en retard ?

**Réponse (c) :** $P\left(Z<z\right)=0,97$

$$P\left(Z<\frac{X-16}{2,5}\right)=0,97$$

$$\frac{X-16}{2,5}=1,89$$

$$X=20,725$$

(d) Un nouveau système de traitement des commandes promet de réduire l'écart-type des délais de livraison à 1,5 jour. Si ce système est utilisé, quelle proportion de clients recevra ses livraisons dans les 20 jours.

**Réponse (d) :** $P\left(X<20\right)=P\left(Z<\frac{20-16}{1,5}\right)$

$$P\left(X<20\right)=P\left(Z<2,6667\right)=0,9962$$

****